

## محاضرة رقم 1

### 2- التوزيعات الاحتمالية:

#### أ- التوزيعات الاحتمالية المنفصلة:

➤ التوزيع الثنائي: هو أحد التوزيعات الاحتمالية المنفصلة. ويستخدم لإيجاد احتمال وقوع حدث معين (نجاح) عددا من المرات مقدار  $x$  من بين  $n$  من المحاولات لنفس التجربة، - ويرمز لهذا الاحتمال بـ  $P(X)$  - عندما تتحقق الشروط التالية:

✓ هناك فقط ناتجان ممكنان ومتنافيان لكل محاولة.

✓ المحاولات وعددها  $n$  مستقلة عن بعضها البعض.

✓ احتمال وقوع الحدث المعين (النجاح)  $p$ ، ثابت ولا يتغير من محاولة لأخرى، وبالتالي احتمال الفشل ثابت ويساوي:  $q = 1 - p$ ، فيكون:

$$P(X) = \frac{n!}{X!(n-X)!} p^X (1-p)^{n-X}$$

$$\bar{X} = np$$

ويكون متوسط التوزيع الثنائي:

وانحرافه المعياري:

$$\delta = \sqrt{npq}$$

ملاحظة 1: إذا كان  $p = 0.5$ ، فإن التوزيع الثنائي يكون متماثلا، وإذا كان  $p < 0.5$ ، يكون التوزيع ملتويا إلى اليمين، وإذا كان  $p > 0.5$  يكون التوزيع ملتويا إلى اليسار.

ملاحظة 2: إذا كانت  $n$  كبيرة نسبيا وكذلك  $x$  فإن حساب الاحتمالات يكون معقدا، و لهذا أعد الإحصائيون جداول خاصة تعطي تلك الاحتمالات بسهولة.

إن التوزيع الثنائي يتعلق بوسطين هما  $n$  و  $p$  و بالتالي يرمز له اختصارا بـ  $B(n,p)$ .

ولإيجاد احتمال أن تأخذ X القيمة m ضمن n تكرار من الجدول نتبع الخطوات التالية على افتراض أن

$$: P(x = 6) = ?, n = 10, p = 0.30$$

✓ نبحث عن الجدول الموافق لقيمة n .

✓ نبحث عن العمود الموافق لقيمة p=0.3 .

✓ نبحث عن السطر الموافق ل x=6

عند التقاء العمود الموافق ل p والسطر الموافق ل x=6 يقع الاحتمال المطلوب.

$$. P(X = 6) = 0.0368$$

مثال 4: لوحظ لفترة طويلة أن صيادا يصيب الهدف باحتمال 85% فإذا أطلق 5 طلقات على الهدف، فما هو احتمال :

✓ إصابة الهدف مرتين فقط؟

✓ إصابة الهدف مرتين على الأكثر؟

✓ إصابة الهدف مرتين على الأقل و 4 مرات على الأكثر؟

نلاحظ من شروط المسألة بأنها تحقق خواص التجربة الثنائية، وبالتالي إذا رمزنا ب X لعدد الإصابات ضمن n=5 رميات فإن X يخضع للتوزيع الثنائي .

$$P(X = m) = C_5^m (0.85)^m \cdot (0.15)^{5-m} / m = 0,1,2,3,4,5$$

$$P(X = 2) = C_5^2 (0.85)^2 \cdot (0.15)^3 = 0.0244$$

$$P(X \leq 2) = P(0) + P(1) + P(2)$$

$$P(0) = P(X = 0) = C_5^0 \cdot (0.85)^0 \cdot (0.15)^5 = 0.0001$$

$$P(1) = P(X = 1) = C_5^1 \cdot (0.85)^1 \cdot (0.15)^4 = 0.0022$$

$$P(X \leq 2) = 0.0267$$

$$P(2 \leq X \leq 4) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$P(3) = P(X = 3) = C_5^3 \cdot (0.85)^3 \cdot (0.15)^2 = 0.1382$$

$$P(4) = P(X = 4) = C_5^4 \cdot (0.85)^4 \cdot (0.15)^1 = 0.3915$$

$$P(2 \leq X \leq 4) = 0.5544$$

## محاضرة رقم 2

➤ توزيع بواسون: تدعى متتالية الحوادث التي تقع واحدة تلو الأخرى في لحظات زمنية بتدفق الحوادث، فمثلا تدفق المكالمات على مركز هاتفي، تدفق حوادث المرور على طريق ما، تدفق الطائرات على مطار معين.

ويدعى تدفق الحوادث بالتدفق البسيط إذا حقق الشروط التالية:

✓ احتمال وقوع أي عدد من الحوادث خلال فترة زمنية  $t$  يتعلق فقط بطول هذه الفترة (أي مستقل عن بداية ونهاية الفترة) وهذا ما يسمح لنا بأن نرمز  $P_m(t)$  لاحتمال وقوع  $n$  حادثا خلال الفترة الزمنية  $t$  حيث أن  $m=0,1,.....$ .

✓ احتمال وقوع أي عدد من الحوادث خلال أي فترة زمنية، مستقل عن عدد الحوادث التي وقعت قبل بداية تلك الفترة (غياب التأثير المتتالي).

✓ احتمال وقوع حدثين أو أكثر خلال فترة زمنية  $t$  لا متناهية في الصغر يساوي الصفر.

إذا تحققت شروط التدفق البسيط الواردة سابقا، ورمزنا بـ  $X$  لعدد حوادث التدفق البسيط خلال فترة زمنية  $t$  (يمكن أن تكون ثانية، أو دقيقة، أو ساعة، أو أسبوعا.....) فعندئذ فإن التوزيع الاحتمالي لهذا المتحول يخضع لتوزيع بواسون والذي يعرف بالعلاقة التالية:

$$P(X = m) = p_m(t) = \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$$

حيث:

✓  $m=X$ : العدد المعين من الحوادث.

✓  $P(X=m)$ : احتمال وقوع عدد  $X$  من الحوادث.

✓  $\lambda$ : متوسط عدد الحوادث في وحدة الزمن.

✓  $e$ : أساس اللوغاريتمات الطبيعي، أو 2.71828.

ويكون متوسط توزيع بواسون:  $\bar{X} = \lambda$

وانحرافه المعياري:  $\delta = \sqrt{\lambda}$

وهكذا نرى أن:  $\bar{X} = \delta^2 = \lambda$

وهذه خاصية مميزة لتوزيع بواسون.

ولإيجاد قيم توزيع بواسون أي  $P_m(t)$  أعدت جداول خاصة بذلك ، حيث يتضمن السطر الأول قيم الوسيط  $\lambda$  ، والعمود الأول قيم  $m$ . ولاستخراج قيمة توزيع بواسون المقابلة لقيمة معينة للوسيط  $\lambda$  ولقيمة معينة لـ  $m$  نبحث عن العدد الواقع على نقطة تقاطع العمود الموافق لقيمة  $\lambda$  والسطر الموافق لقيمة  $m$ .

مثال 5: بين الساعة الثانية والساعة الرابعة زوالا كان متوسط عدد المكالمات الهاتفية في الدقيقة في لوحة هاتف شركة معينة هو 2.5 . أوجد احتمال أنه خلال دقيقة واحدة سيكون هناك:

✓ ولا مكالمات.

✓ مكالمات واحدة.

✓ مكالمتين.

✓ 3 مكالمات.

✓ 4 أو أقل.

✓ أكثر من 6 طلبات مكالمات.

$X =$  عدد المكالمات الهاتفية،  $t =$  دقيقة،  $\lambda = 2.5$

خلال الفترة المفروضة  $X$  يخضع لتوزيع بواسون.

$$P(X = 0) = \frac{(2.5)^0}{0!} \cdot e^{-2.5} = 0.0821$$

$$P(X = 1) = \frac{(2.5)^1}{1!} \cdot e^{-2.5} = 0.2052$$

$$P(X = 2) = \frac{(2.5)^2}{2!} \cdot e^{-2.5} = 0.2565$$

$$P(X = 3) = \frac{(2.5)^3}{3!} \cdot e^{-2.5} = 0.2138$$

$$P(X \leq 4) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4)$$

$$P(X = 4) = \frac{(2.5)^4}{4!} \cdot e^{-2.5} = 0.1336$$

$$P(X \leq 4) = 0.8912$$

$$P(X > 6) = 1 - P(X \leq 6)$$

$$P(X = 5) = \frac{(2.5)^5}{5!} \cdot e^{-2.5} = 0.0668$$

$$P(X = 6) = \frac{(2.5)^6}{6!} \cdot e^{-2.5} = 0.0278$$

$$P(X > 6) = 1 - 0.9858 = 0.0142$$

### محاضرة رقم 3

❖ توزيع بواسون كتقريب للتوزيع الثنائي:

بالإضافة إلى استخدامات توزيع بواسون التي سبق ذكرها، فإن لهذا التوزيع استخداما شائعا آخر يتمثل في أنه تقريب جيد للتوزيع الثنائي وذلك عند توفر الشروط التالية:

✓ إذا كانت  $n > 30$ .

✓ إذا كان  $P < 0.01$ .

وكقاعدة عملية يستخدم توزيع بواسون عندما تكون  $n \geq 30$  و  $n.p < 5$ ، عندئذ:  $\lambda = np$ .

مثال 6: يتألف مركب من 1000 آلة تعمل بشكل مستقل. إذا كان احتمال توقف آلة في أي لحظة زمنية يساوي 0.002، فأوجد احتمال تعطل ثلاث آلات خلال هذه الفترة.

من شروط المسألة نجد بأنه لدينا 1000 آلة تعمل بشكل مستقل (بعبارة أخرى لدينا  $n=1000$  تكرارا مستقلا). واحتمال توقف الآلة خلال الفترة الزمنية المفروضة (احتمال النجاح) ثابت ويساوي 0.2 % أي إذا رمزنا بـ X لعدد الآلات المعطلة خلال الفترة الزمنية t، فإن هذا المتحول يخضع لتوزيع ثنائي:

$$P(X = m) = C_{1000}^m (0.002)^m \cdot (0.998)^{1000-m}$$
$$m = 0, 1, \dots, 1000$$

$$P(X = 3) = C_{1000}^3 (0.002)^3 \cdot (0.998)^{1000-3}$$

إن حساب  $P(X = 3)$  وفق التوزيع الثنائي يحتاج إلى عمليات حسابية طويلة، وبالتالي يفضل التفكير

بتوزيع بواسون:

$$n = 1000 > 30$$

$$nP \stackrel{?}{<} 5 \Rightarrow 1000(0.002) = 2 < 5$$

توزيع بواسون كتقريب للتوزيع الثنائي  $\Rightarrow$

$$\lambda = n \cdot P = 2$$

$$P_m(t) = \frac{2^m}{m!} \cdot e^{-2}$$

$$P(X = 3) P_3(t) = \frac{2^3}{3!} \cdot e^{-2} = 0.1804$$

### ب- التوزيعات الاحتمالية المتصلة:

➤ التوزيع الطبيعي: يعتبر التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية المستمرة ، وأكثرها استخداما في نظرية الاحتمالات والإحصاء الرياضي نظرا لعدة اعتبارات نذكر منها:

✓ في الكثير من الحالات التطبيقية: اجتماعية، أو اقتصادية، أو غيرها يكون توزيع المتغيرات العشوائية طبيعيا، كطول الإنسان، وعمره، ووزنه، أو عمر مصباح كهربائي.

✓ معظم قوانين التوزيعات الاحتمالية، منفصلة كانت، أو متصلة، تنتهي إلى هذا التوزيع عندما تتوفر شروط معينة.

✓ إن اختبارات الفروض الإحصائية، ومجالات الثقة التي يحتمل أن تتضمن القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي، يعتمد في تحديدها على التوزيع الطبيعي.

وإذا كان الاحتمال في حالة المتغير المنفصل يمثل على شكل أعمدة، فإنه في هذه الحالة، تكون الاحتمالات على شكل مدرج كحالة وسيطة ثم تأخذ شكل منحنى، هذا الأخير هو تابع الكثافة حيث  $\int_a^b f(x) dx = 1$  يعطي شكل المنحنى).

وقانون التوزيع الطبيعي يعرف بالعلاقة الرياضية التالية:

$$f(x) = \frac{1}{\delta \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - \bar{X}}{\delta} \right)^2}$$

حيث:



✓ X : يمثل المتغير العشوائي الطبيعي وهو معرف ضمن المجال  $]-\infty, \infty[$  .

✓  $\delta$  : الانحراف المعياري للتوزيع.

✓  $\bar{X}$  : الوسط الحسابي للتوزيع.

✓  $\Pi$  : عدد ثابت ويساوي 3.1416 .

ويمتاز هذا التوزيع بالخصائص التالية:

✓ المنحنى الطبيعي متماثل تماما حول الوسط الحسابي.

✓ الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .

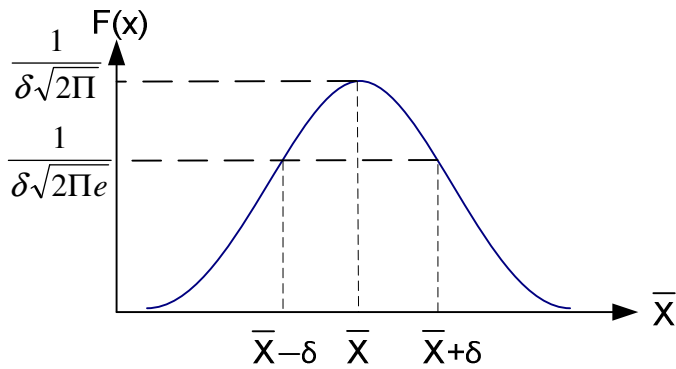
✓ تمثل المساحة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي بين  $\bar{X} \pm \delta$  68.25% من المساحة الكلية.

✓ تشكل المساحة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي بين  $\bar{X} \pm 2\delta$  95.45% .

✓ تقدر المساحة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي بين  $\bar{X} \pm 3\delta$  بـ 99.73% .

✓ إن المساحة الكلية المحصورة تحت المنحنى الطبيعي تساوي 1 أي 100% .

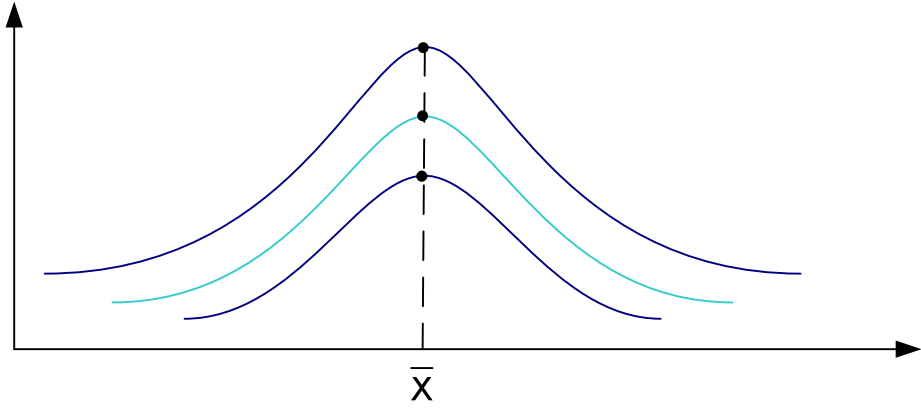
أما الشكل البياني لتوزيع طبيعي عام فيأخذ الصورة التالية:



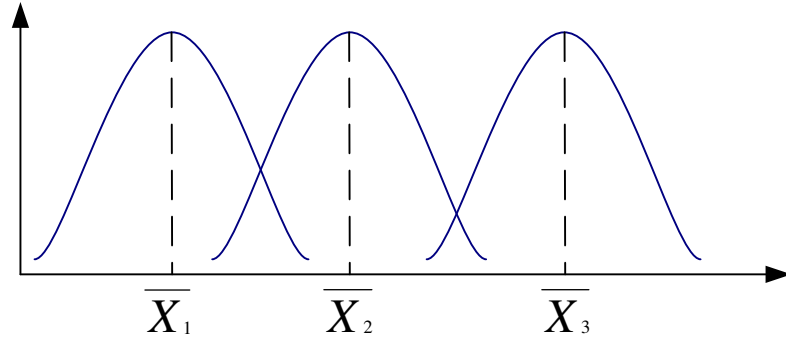
## محاضرة رقم 4

- التوزيع الطبيعي المعياري: تصادفنا في الحياة العملية عدة ظواهر، كل منها يؤلف توزيعا طبيعيا،
- ولكن تختلف فيما بينها إما من حيث الوسط الحسابي، أو من حيث مقدار التشتت حول الوسط الحسابي.

والشكلان التاليان يوضحان ذلك:



ثلاثة منحنيات طبيعية متساوية بالوسط الحسابي ومختلفة في التشتت.



ثلاثة منحنيات طبيعية متساوية في التشتت ومختلفة من حيث الوسط الحسابي.

ولتسهيل العمل نقوم بتحويل جميع التوزيعات الطبيعية التي تصادفنا إلى توزيع طبيعي موحد يطلق عليه

اسم التوزيع الطبيعي المعياري وهو توزيع طبيعي يكون فيه  $\bar{X} = 0$  و  $\delta = 1$ .

ويمكن تحويل أي توزيع طبيعي (بوحدة X) إلى توزيع طبيعي قياسي (بوحدة Z).

وتابع كثافة التوزيع الطبيعي المعياري معطى بالشكل التالي:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

ولإيجاد الاحتمالات (المساحات) في مسائل تحتوي على التوزيع الطبيعي، فإننا نحول أولاً قيم X إلى قيم Z

المناظرة حيث:  $Z = \frac{X - \bar{X}}{\delta}$ ، ثم نبحث عن قيم هاته الأخيرة في الجداول الخاصة بها، أي أن:

$$[F(x_0) = P(X < x_0)] = [\phi(z_0) = P(Z < z_0)]$$

ومن أجل قيم Z السالبة نطبق العلاقة التالية:

$$P(Z < -z_0) = 1 - P(Z < z_0) \Rightarrow \phi(-z_0) = 1 - \phi(z_0)$$

أما:

$$P(Z > z_0) = 1 - P(Z < z_0)$$

$$P(z_0 < Z < z_1) = \phi(z_1) - \phi(z_0)$$

و:

ولاستخراج قيم  $\phi(Z)$  من جدول توزيع طبيعي معياري نتبع الخطوات التالية ( $Z \geq 0$ ):

✓ نبحث في عمود قيم Z المؤلفة من عدد صحيح ورقم واحد بعد الفاصلة عن قيمة Z المطلوبة.

✓ نبحث في السطر الموافق للرقم التالي بعد الفاصلة في قيمة Z .

✓ إن نقطة تقاطع السطر الموافق لقيمة Z (عدد صحيح ورقم بعد الفاصلة) والعمود الموافق للرقم

التالي بعد الفاصلة لـ Z تشتمل على قيمة تابع التوزيع  $\phi(Z)$  المقابلة للقيمة المفروضة لـ Z .

مثال 7: إذا كان المتحول العشوائي X خاضعا لتوزيع طبيعي بالوسطين  $\bar{X} = 100$  و  $\delta = 10$  ، فأوجد

احتمال  $P(X < 115)$  و  $P(90 < X < 100)$  .

$$Z_1 = \frac{X_1 - \bar{X}}{\delta} = \frac{115 - 100}{10} = 1,5$$

$$Z_2 = \frac{90 - 100}{10} = -1$$

$$Z_3 = \frac{100 - 100}{10} = 0$$

$$P(X < 115) = P(Z < 1.50) = \phi(1.50) = 0.9332$$

$$P(90 < X < 100) = F(100) - F(90) = \phi(0) - \phi(-1) = 0.50 - (1 - \phi(1)) = 0.50 - (1 - 0.8413) = 0.3413$$

## محاضرة رقم 5

التوزيع الطبيعي كتقريب للتوزيع الثنائي و توزيع بواسون: يستخدم التوزيع الطبيعي كتقريب للتوزيع الثنائي عندما تتوفر الشروط التالية:

$$. n \geq 30 \quad \checkmark$$

$$. n.p > 5 \quad \checkmark$$

$$. n.q > 5 \quad \checkmark$$

و يستعمل كتقريب لتوزيع بواسون عندما تكون  $\lambda \geq 10$ .

مثال 8: تشير الخبرة الماضية إلي أن 60% من الطلاب الملتحقين بالكليات يحصلون على مؤهلاتهم . أوجد احتمال أنه من بين 30 طالبا مختارين عشوائيا من الملتحقين حديثا سوف يحصل:

أ- أكثر من 20 طالبا على المؤهل.

ب- 20 طالبا أو أكثر على المؤهل.

$$n = 30$$

$$n.p = 30 \times 0.6 = 18 > 5 \quad \Rightarrow$$

$$n.q = 30(1 - 0.6) = 30 \times 0.4 = 12 > 5$$

استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب للتوزيع الثنائي.

أ- معاملة عدد الطلاب كمتغير متصل  $\Leftarrow$  المطلوب هو إيجاد  $P(X > 20.5)$ .

$$\bar{X} = n.p = 18$$

$$\delta = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{30 \times 0.6 \times 0.4} = \sqrt{7.2} = 2.68$$

$$Z_1 = \frac{X_1 - \bar{X}}{\delta} = \frac{20.5 - 18}{2.68} = \frac{2.5}{2.68} = 0.93$$

$$P(X > 20.5) = 1 - \phi(0.93) = 1 - 0.8238 = 0.1762$$

ب- معاملة عدد الطلاب كمتغير متصل  $\Leftarrow$  المطلوب هو إيجاد  $P(X \geq 19.5)$

$$P(X \geq 19.5) = \phi(Z_2)$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - \bar{X}}{\delta} = \frac{19.5 - 18}{2.68} = 0.55$$

$$P(X \geq 19.5) = 1 - \phi(0.55) = 1 - 0.7088 = 0.2912$$

ملاحظة: من خلال المثال نلاحظ أننا عوضنا قيمة  $X$  مرة بقيمة أقل ومرة بقيمة أكبر من القيمة الحقيقية لـ  $X$  بـ 0.5 ، وتعتبر هذه العملية تصحيحاً للمرور من التوزيع الثنائي أو توزيع بواسون نحو التوزيع الطبيعي ، وهذا التصحيح له دلالة كبيرة في الحسابات ، وسوف نجري عملية التصحيح في كل الحالات التالية:

$$. X_i \text{ من } 0.5 \text{ نقص} \Leftrightarrow P(X \geq X_i) \checkmark$$

$$. X_i \text{ من } 0.5 \text{ نقص} \Leftrightarrow P(X < X_i) \checkmark$$

$$. X_i \text{ إلى } 0.5 \text{ نضيف} \Leftrightarrow P(X \leq X_i) \checkmark$$

$$. X_i \text{ إلى } 0.5 \text{ نضيف} \Leftrightarrow P(X > X_i) \checkmark$$

مثال 9: تستقبل ورشة لتصليح الآلات في المتوسط 10 مكالمات من قبل العملاء لتصليح آلاتهم خلال مدة تقدر بـ 8 ساعات. أحسب احتمال أن تستقبل الورشة خلال نفس المدة أكثر من 15 مكالمات.

استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب لتوزيع بواسون  $\Rightarrow \lambda = 10$  .

$$P(X > 15) = 1 - P(X \leq 15.5)$$

$$\bar{X} = \lambda = 10$$

$$\delta = \sqrt{\lambda} = \sqrt{10} = 3.16$$

$$Z = \frac{15.5 - 10}{3.16} = 1.74$$

$$P(X > 15) = 1 - \phi(1.74) = 1 - 0.9591 = 0.0409$$

## مراجعة

مثال 1: أوجد احتمال الحصول على 4 صور في 6 رميات لعملة متوازنة.

$$P(4) = \frac{6!}{4!(6-4)!} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$P(4) = 0.23$$

مثال 2: تشير الخبرة الماضية إلى أنه في المتوسط، يساوي عدد الحوادث على الطريق الوطني رقم 1: 5 في الأسبوع. فما هو احتمال وقوع 3 حوادث مرور خلال أسبوع؟

$X =$  عدد حوادث المرور خلال أسبوع معين،  $t =$  أسبوع  $X \leftarrow$  يخضع لتوزيع بواسون.  $\lambda = 5$

$$P_m(t) = \frac{5^m}{m!} \cdot e^{-5} : m = 0,1,2,\dots$$

$$P_3(t) = \frac{5^3}{3!} \cdot e^{-5} = 0.1404$$

مثال 3: لتكن  $Z \in N(0,1)$  والمطلوب إيجاد:  $P(Z < -0.75)$  ،  $P(Z > 0.75)$ ،  $P(Z < 2.50)$

$$P(Z < 2.50) = 0.9938$$

$$P(Z > 0.75) = 1 - P(Z < 0.75) = 1 - \phi(0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$$

$$P(Z < -0.75) = 1 - P(Z < 0.75) = 1 - 0.7734 = 0.2266$$

تمرين 1: إذا فرضنا أن علامات 400 طالب، تتوزع توزيعا طبيعيا، وكان المعدل العام لهؤلاء الطلبة 6 حيث العلامة من 10، والانحراف المعياري 1، ماهو عدد الطلبة الذين حصلوا على معدل محصور بين:

(5 و 7)، (7 و 8)، (4 و 5) ؟

نسبة الطلبة الذين حصلوا على (5 و 7)  $\Rightarrow 68.25\% \Rightarrow \bar{X} \pm 1\delta$

عدد الطلبة الذين حصلوا على (5 و 7)  $\Rightarrow 400 \cdot \frac{68.25}{100} = 273$

نسبة الطلبة الذين حصلوا على (4 و 8)  $\Rightarrow 95.45\% \Rightarrow \bar{X} \pm 2\delta$

$$\bar{X} + 2\delta = \frac{95.45\%}{2} = 47.725\% \Rightarrow 8 \text{ نسبة الطلبة الذين حصلوا على } 8$$

$$\bar{X} + 1\delta = \frac{68.25\%}{2} = 34.125\% \Rightarrow 7 \text{ نسبة الطلبة الذين حصلوا على } 7$$

$$(\bar{X} + 2\delta) - (\bar{X} + 1\delta) = 47.725\% - 34.125\% = 13.60\% \Rightarrow (7,8) \text{ نسبة الطلبة الذين حصلوا على } (7,8)$$

$$400 \cdot \frac{13.6}{100} = 54 \Rightarrow (7,8) \text{ عدد الطلبة الذين حصلوا على } (7,8)$$

$$400 \cdot \frac{13.6}{100} = 54 \Rightarrow (4,5) \text{ عدد الطلبة الذين حصلوا على } (4,5)$$

تمرين 2 : إذا علمت أن 160 وحدة في توزيع طبيعي وسطه الحسابي 100 وانحرافه المعياري 50 تزيد قيمتها عن 200 .

أ- أحسب عدد الوحدات التي تقع قيمتها بين 150 و 200 .

ب- أحسب عدد الوحدات التي تقع قيمتها بين 120 و 180 .

ج- أحسب النسبة المئوية للوحدات التي تقع قيمتها بين 80 و 140 .

$$P(150 \leq X \leq 200) = F(200) - F(150) = \phi(Z_2) - \phi(Z_1)$$

$$Z_1 = \frac{150 - 100}{50} = 1 \quad \phi(1) = 0.8413$$

$$Z_2 = \frac{200 - 100}{50} = 2 \quad \phi(2) = 0.9772$$

$$P(150 \leq X \leq 200) = 0.9772 - 0.8413 = 0.1359$$

عدد الوحدات التي تقع قيمتها بين 150 و 200 تساوي العدد الكلي  $X$  الاحتمال، إذا العدد الكلي = العدد الجزئي / الاحتمال .

$$P(X > 200) = 1 - P(X < 200) = 1 - \phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$$

$$7018 = \frac{160}{0.0228} = \text{العدد الكلي}$$



عدد الوحدات التي تقع قيمتها بين 150 و 200 =  $7018 \times 0.1359 = 954$

$$P(120 \leq X \leq 180) = F(180) - F(120) = \phi(Z_4) - \phi(Z_3)$$

$$Z_3 = \frac{120 - 100}{50} = 0.4 \quad \phi(0.4) = 0.6554$$

$$Z_4 = \frac{180 - 100}{50} = 1.60 \quad \phi(1.60) = 0.9452$$

$$P(120 \leq X \leq 180) = 0.9452 - 0.6554 = 0.2898$$

$$2034 = 0.2898 \times 7018 = \text{العدد}$$

$$P(80 \leq X \leq 140) = F(140) - F(80) = \phi(Z_6) - \phi(Z_5)$$

$$Z_5 = \frac{80 - 100}{50} = -0.4 \quad \phi(-0.4) = 1 - 0.6554 = 0.3446$$

$$Z_6 = \frac{140 - 100}{50} = 0.8 \quad \phi(0.8) = 0.7881$$

$$P(80 \leq X \leq 140) = 0.7881 - 0.3446 = 0.4435 = 44\%$$

تمرين 3: تتوزع درجات امتحان نصف العام في مادة الإحصاء لفصل دراسي، طبيعياً بوسط حسابي 78 وانحراف معياري 8، ويريد الأستاذ أن يعطي تقدير A لنسبة 10% من الطلاب. ماهو الحد الأدنى للدرجات الذي يعطي تقدير A في امتحان نصف العام؟

$$P(X \geq x) = 0.10 \Rightarrow 1 - P(X < x) = 0.10 \Rightarrow 1 - P(Z < z) = 0.10 \Rightarrow$$

$$1 - \phi(z) = 0.10 \Rightarrow 0.90 = \phi(z)$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد أن أقرب قيمة لـ 0.90 تقابل  $Z=1.28$ :

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\delta} = 1.28 \Rightarrow 1.28 = \frac{X - 78}{8} \Rightarrow 10.24 = X - 78 \Rightarrow X \approx 88 \Rightarrow$$

تمثل الحد الأدنى للدرجات الذي يعطي تقدير A في امتحان نصف العام.

## الجدول رقم 1: التوزيع الثنائي:

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>									
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
1	0	0.9500	0.9000	0.8500	0.8000	0.7500	0.7000	0.6500	0.6000	0.5500	0.5000
	1	0.0500	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000	0.4500	0.5000
2	0	0.9025	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.0950	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0025	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.8574	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.1354	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0071	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0001	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0312
	1	0.2036	0.3280	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1562
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0512	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0000	0.0004	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1562
	5	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0312
6	0	0.7351	0.5314	0.3771	0.2621	0.1780	0.1176	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
	1	0.2321	0.3543	0.3993	0.3932	0.3560	0.3025	0.2437	0.1866	0.1359	0.0938
	2	0.0305	0.0984	0.1762	0.2458	0.2966	0.3241	0.3280	0.3110	0.2780	0.2344
	3	0.0021	0.0146	0.0415	0.0819	0.1318	0.1852	0.2355	0.2765	0.3032	0.3125
	4	0.0001	0.0012	0.0055	0.0154	0.0330	0.0595	0.0951	0.1382	0.1861	0.2344
	5	0.0000	0.0001	0.0004	0.0015	0.0044	0.0102	0.0205	0.0369	0.0609	0.0938
	6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0018	0.0041	0.0083	0.0156
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2097	0.1335	0.0824	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
	1	0.2573	0.3720	0.3960	0.3670	0.3115	0.2471	0.1848	0.1306	0.0872	0.0547
	2	0.0406	0.1240	0.2097	0.2753	0.3115	0.3177	0.2985	0.2613	0.2140	0.1641
	3	0.0036	0.0230	0.0617	0.1147	0.1730	0.2269	0.2679	0.2903	0.2918	0.2734
	4	0.0002	0.0026	0.0109	0.0287	0.0577	0.0972	0.1442	0.1935	0.2388	0.2734
	5	0.0000	0.0002	0.0012	0.0043	0.0115	0.0250	0.0466	0.0774	0.1172	0.1641
	6	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0013	0.0036	0.0084	0.0172	0.0320	0.0547
	7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0006	0.0016	0.0037	0.0078
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.1678	0.1001	0.0576	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3355	0.2670	0.1977	0.1373	0.0896	0.0548	0.0312
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2936	0.3115	0.2965	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1468	0.2076	0.2541	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0459	0.0865	0.1361	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734
	5	0.0000	0.0004	0.0026	0.0092	0.0231	0.0467	0.0808	0.1239	0.1719	0.2188
	6	0.0000	0.0000	0.0002	0.0011	0.0038	0.0100	0.0217	0.0413	0.0703	0.1094
	7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0012	0.0033	0.0079	0.0164	0.0312
	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0017	0.0039

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>									
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
9	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1342	0.0751	0.0404	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
	1	0.2985	0.3874	0.3679	0.3020	0.2253	0.1556	0.1004	0.0605	0.0339	0.0176
	2	0.0629	0.1722	0.2597	0.3020	0.3003	0.2668	0.2162	0.1612	0.1110	0.0703
	3	0.0077	0.0446	0.1069	0.1762	0.2336	0.2668	0.2716	0.2508	0.2119	0.1641
	4	0.0006	0.0074	0.0283	0.0661	0.1168	0.1715	0.2194	0.2508	0.2600	0.2461
	5	0.0000	0.0008	0.0050	0.0165	0.0389	0.0735	0.1181	0.1672	0.2128	0.2461
	6	0.0000	0.0001	0.0006	0.0028	0.0087	0.0210	0.0424	0.0743	0.1160	0.1641
	7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0012	0.0039	0.0098	0.0212	0.0407	0.0703
	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0013	0.0035	0.0083	0.0176
	9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0008	0.0020
10	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1074	0.0563	0.0282	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010
	1	0.3151	0.3874	0.3474	0.2684	0.1877	0.1211	0.0725	0.0403	0.0207	0.0098
	2	0.0746	0.1937	0.2759	0.3020	0.2816	0.2335	0.1757	0.1209	0.0763	0.0439
	3	0.0105	0.0574	0.1298	0.2013	0.2503	0.2668	0.2522	0.2150	0.1665	0.1172
	4	0.0010	0.0112	0.0401	0.0881	0.1460	0.2001	0.2377	0.2508	0.2384	0.2051
	5	0.0001	0.0015	0.0085	0.0264	0.0584	0.1029	0.1536	0.2007	0.2340	0.2461
	6	0.0000	0.0001	0.0012	0.0055	0.0162	0.0368	0.0689	0.1115	0.1596	0.2051
	7	0.0000	0.0000	0.0001	0.0008	0.0031	0.0090	0.0212	0.0425	0.0746	0.1172
	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0014	0.0043	0.0106	0.0229	0.0439
	9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016	0.0042	0.0098
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	
11	0	0.5688	0.3138	0.1673	0.0859	0.0422	0.0198	0.0088	0.0036	0.0014	0.0005
	1	0.3293	0.3835	0.3248	0.2362	0.1549	0.0932	0.0518	0.0266	0.0125	0.0054
	2	0.0867	0.2131	0.2866	0.2953	0.2581	0.1998	0.1395	0.0887	0.0513	0.0269
	3	0.0137	0.0710	0.1517	0.2215	0.2581	0.2568	0.2254	0.1774	0.1259	0.0806
	4	0.0014	0.0158	0.0536	0.1107	0.1721	0.2201	0.2428	0.2365	0.2060	0.1611
	5	0.0001	0.0025	0.0132	0.0388	0.0803	0.1321	0.1830	0.2207	0.2360	0.2256
	6	0.0000	0.0003	0.0023	0.0097	0.0268	0.0566	0.0985	0.1471	0.1931	0.2256
	7	0.0000	0.0000	0.0003	0.0017	0.0064	0.0173	0.0379	0.0701	0.1128	0.1611
	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0011	0.0037	0.0102	0.0234	0.0462	0.0806
	9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0018	0.0052	0.0126	0.0269
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0007	0.0021	0.0054
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0005	
12	0	0.5404	0.2824	0.1422	0.0687	0.0317	0.0138	0.0057	0.0022	0.0008	0.0002
	1	0.3413	0.3766	0.3012	0.2062	0.1267	0.0712	0.0368	0.0174	0.0075	0.0029
	2	0.0988	0.2301	0.2924	0.2835	0.2323	0.1678	0.1088	0.0639	0.0339	0.0161
	3	0.0173	0.0853	0.1720	0.2362	0.2581	0.2397	0.1954	0.1419	0.0923	0.0537
	4	0.0021	0.0213	0.0683	0.1329	0.1936	0.2311	0.2367	0.2128	0.1700	0.1208
	5	0.0002	0.0038	0.0193	0.0532	0.1032	0.1585	0.2039	0.2270	0.2225	0.1934
	6	0.0000	0.0005	0.0040	0.0155	0.0401	0.0792	0.1281	0.1766	0.2124	0.2256
	7	0.0000	0.0000	0.0006	0.0033	0.0115	0.0291	0.0591	0.1009	0.1489	0.1934
	8	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0024	0.0078	0.0199	0.0420	0.0762	0.1208
	9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0015	0.0048	0.0125	0.0277	0.0537
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0008	0.0025	0.0068	0.0161
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0029
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	
13	0	0.5133	0.2542	0.1209	0.0550	0.0238	0.0097	0.0037	0.0013	0.0004	0.0001
	1	0.3512	0.3672	0.2774	0.1787	0.1029	0.0540	0.0259	0.0113	0.0045	0.0016
	2	0.1109	0.2448	0.2937	0.2680	0.2059	0.1388	0.0836	0.0453	0.0220	0.0095
	3	0.0214	0.0997	0.1900	0.2457	0.2517	0.2181	0.1651	0.1107	0.0660	0.0349
	4	0.0028	0.0277	0.0838	0.1535	0.2097	0.2337	0.2222	0.1845	0.1350	0.0873
	5	0.0003	0.0055	0.0266	0.0691	0.1258	0.1803	0.2154	0.2214	0.1989	0.1571
	6	0.0000	0.0008	0.0063	0.0230	0.0559	0.1030	0.1546	0.1968	0.2169	0.2095
7	0.0000	0.0001	0.0011	0.0058	0.0186	0.0442	0.0833	0.1312	0.1775	0.2095	

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>									
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
14	8	0.0000	0.0000	0.0001	0.0011	0.0047	0.0142	0.0336	0.0656	0.1089	0.1571
	9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0009	0.0034	0.0101	0.0243	0.0495	0.0873
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0006	0.0022	0.0065	0.0162	0.0349
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0012	0.0036	0.0095
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0016
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
	0	0.4877	0.2288	0.1028	0.0440	0.0178	0.0068	0.0024	0.0008	0.0002	0.0001
	1	0.3593	0.3559	0.2539	0.1539	0.0832	0.0407	0.0181	0.0073	0.0027	0.0009
	2	0.1229	0.2570	0.2912	0.2501	0.1802	0.1134	0.0634	0.0317	0.0141	0.0056
	3	0.0259	0.1142	0.2056	0.2501	0.2402	0.1943	0.1366	0.0845	0.0462	0.0222
	4	0.0037	0.0349	0.0998	0.1720	0.2202	0.2290	0.2022	0.1549	0.1040	0.0611
	5	0.0004	0.0078	0.0352	0.0860	0.1468	0.1963	0.2178	0.2066	0.1701	0.1222
	6	0.0000	0.0013	0.0093	0.0322	0.0734	0.1262	0.1759	0.2066	0.2088	0.1833
	7	0.0000	0.0002	0.0019	0.0092	0.0280	0.0618	0.1082	0.1574	0.1952	0.2095
8	0.0000	0.0000	0.0003	0.0020	0.0082	0.0232	0.0510	0.0918	0.1398	0.1833	
9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0018	0.0066	0.0183	0.0408	0.0762	0.1222	
10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0014	0.0049	0.0136	0.0312	0.0611	
11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0010	0.0033	0.0093	0.0222	
12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0019	0.0056	
13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0009	
14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	
15	0	0.4633	0.2059	0.0874	0.0352	0.0134	0.0047	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000
	1	0.3658	0.3432	0.2312	0.1319	0.0668	0.0305	0.0126	0.0047	0.0016	0.0005
	2	0.1348	0.2669	0.2856	0.2309	0.1559	0.0916	0.0476	0.0219	0.0090	0.0032
	3	0.0307	0.1285	0.2184	0.2501	0.2252	0.1700	0.1110	0.0634	0.0318	0.0139
	4	0.0049	0.0428	0.1156	0.1876	0.2252	0.2186	0.1792	0.1268	0.0780	0.0417
	5	0.0006	0.0105	0.0449	0.1032	0.1651	0.2061	0.2123	0.1859	0.1404	0.0916
	6	0.0000	0.0019	0.0132	0.0430	0.0917	0.1472	0.1906	0.2066	0.1914	0.1527
	7	0.0000	0.0003	0.0030	0.0138	0.0393	0.0811	0.1319	0.1711	0.2013	0.1964
	8	0.0000	0.0000	0.0005	0.0035	0.0131	0.0348	0.0710	0.1181	0.1647	0.1964
	9	0.0000	0.0000	0.0001	0.0007	0.0034	0.0116	0.0298	0.0612	0.1048	0.1527
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0007	0.0030	0.0096	0.0245	0.0515	0.0916
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0006	0.0024	0.0074	0.0191	0.0417
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0016	0.0052	0.0139
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0032
	14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005
15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
16	0	0.4401	0.1853	0.0743	0.0281	0.0100	0.0033	0.0010	0.0003	0.0001	0.0000
	1	0.3706	0.3294	0.2097	0.1126	0.0535	0.0228	0.0087	0.0030	0.0009	0.0002
	2	0.1463	0.2745	0.2775	0.2111	0.1336	0.0732	0.0353	0.0150	0.0056	0.0018
	3	0.0359	0.1423	0.2285	0.2463	0.2079	0.1465	0.0888	0.0468	0.0215	0.0085
	4	0.0061	0.0514	0.1311	0.2001	0.2252	0.2040	0.1553	0.1014	0.0572	0.0278
	5	0.0008	0.0137	0.0555	0.1201	0.1802	0.2099	0.2008	0.1623	0.1123	0.0667
	6	0.0001	0.0028	0.0180	0.0550	0.1101	0.1649	0.1982	0.1983	0.1684	0.1222
	7	0.0000	0.0004	0.0045	0.0197	0.0524	0.1010	0.1524	0.1889	0.1969	0.1746
	8	0.0000	0.0001	0.0009	0.0055	0.0197	0.0487	0.0923	0.1417	0.1812	0.1964
	9	0.0000	0.0000	0.0001	0.0012	0.0058	0.0185	0.0442	0.0840	0.1318	0.1746
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0014	0.0056	0.0167	0.0392	0.0755	0.1222
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0013	0.0049	0.0142	0.0337	0.0667
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0011	0.0040	0.0115	0.0278
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0008	0.0029	0.0085
	14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0018
15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	

<i>n</i>	<i>x</i>	<i>p</i>									
		0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
17	0	0.4181	0.1668	0.0631	0.0225	0.0075	0.0023	0.0007	0.0002	0.0000	0.0000
	1	0.3741	0.3150	0.1893	0.0957	0.0426	0.0169	0.0060	0.0019	0.0005	0.0001
	2	0.1575	0.2800	0.2673	0.1914	0.1136	0.0581	0.0260	0.0102	0.0035	0.0010
	3	0.0415	0.1556	0.2359	0.2393	0.1893	0.1245	0.0701	0.0341	0.0144	0.0052
	4	0.0076	0.0605	0.1457	0.2093	0.2209	0.1868	0.1320	0.0796	0.0411	0.0182
	5	0.0010	0.0175	0.0668	0.1361	0.1914	0.2081	0.1849	0.1379	0.0875	0.0472
	6	0.0001	0.0039	0.0236	0.0680	0.1276	0.1784	0.1991	0.1839	0.1432	0.0944
	7	0.0000	0.0007	0.0065	0.0267	0.0668	0.1201	0.1685	0.1927	0.1841	0.1484
	8	0.0000	0.0001	0.0014	0.0084	0.0279	0.0644	0.1134	0.1606	0.1883	0.1855
	9	0.0000	0.0000	0.0003	0.0021	0.0093	0.0276	0.0611	0.1070	0.1540	0.1855
	10	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0025	0.0095	0.0263	0.0571	0.1008	0.1484
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0026	0.0090	0.0242	0.0525	0.0944
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0006	0.0024	0.0081	0.0215	0.0472
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0021	0.0068	0.0182
	14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0016	0.0052
	15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010
	16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
17	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
18	0	0.3972	0.1501	0.0536	0.0180	0.0056	0.0016	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000
	1	0.3763	0.3002	0.1704	0.0811	0.0338	0.0126	0.0042	0.0012	0.0003	0.0001
	2	0.1683	0.2835	0.2556	0.1723	0.0958	0.0458	0.0190	0.0069	0.0022	0.0006
	3	0.0473	0.1680	0.2406	0.2297	0.1704	0.1046	0.0547	0.0246	0.0095	0.0031
	4	0.0093	0.0700	0.1592	0.2153	0.2130	0.1681	0.1104	0.0614	0.0291	0.0117
	5	0.0014	0.0218	0.0787	0.1507	0.1988	0.2017	0.1664	0.1146	0.0666	0.0327
	6	0.0002	0.0052	0.0301	0.0816	0.1436	0.1873	0.1941	0.1655	0.1181	0.0708
	7	0.0000	0.0010	0.0091	0.0350	0.0820	0.1376	0.1792	0.1892	0.1657	0.1214
	8	0.0000	0.0002	0.0022	0.0120	0.0376	0.0811	0.1327	0.1734	0.1864	0.1669
	9	0.0000	0.0000	0.0004	0.0033	0.0139	0.0386	0.0794	0.1284	0.1694	0.1855
	10	0.0000	0.0000	0.0001	0.0008	0.0042	0.0149	0.0385	0.0771	0.1248	0.1669
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0010	0.0046	0.0151	0.0374	0.0742	0.1214
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0012	0.0047	0.0145	0.0354	0.0708
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0012	0.0045	0.0134	0.0327
	14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0011	0.0039	0.0117
	15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0009	0.0031
	16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0006
	17	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001
18	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
19	0	0.3774	0.1351	0.0456	0.0144	0.0042	0.0011	0.0003	0.0001	0.0002	0.0000
	1	0.3774	0.2852	0.1529	0.0685	0.0268	0.0093	0.0029	0.0008	0.0002	0.0000
	2	0.1787	0.2852	0.2428	0.1540	0.0803	0.0358	0.0138	0.0046	0.0013	0.0003
	3	0.0533	0.1796	0.2428	0.2182	0.1517	0.0869	0.0422	0.0175	0.0062	0.0018
	4	0.0112	0.0798	0.1714	0.2182	0.2023	0.1491	0.0909	0.0467	0.0203	0.0074
	5	0.0018	0.0266	0.0907	0.1636	0.2023	0.1916	0.1468	0.0933	0.0497	0.0222
	6	0.0002	0.0069	0.0374	0.0955	0.1574	0.1916	0.1844	0.1451	0.0949	0.0518
	7	0.0000	0.0014	0.0122	0.0443	0.0974	0.1525	0.1844	0.1797	0.1443	0.0961
	8	0.0000	0.0002	0.0032	0.0166	0.0487	0.0981	0.1489	0.1797	0.1771	0.1442
	9	0.0000	0.0000	0.0007	0.0051	0.0198	0.0514	0.0980	0.1464	0.1771	0.1762
	10	0.0000	0.0000	0.0001	0.0013	0.0066	0.0220	0.0528	0.0976	0.1449	0.1762
	11	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0018	0.0077	0.0233	0.0532	0.0970	0.1442
	12	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0022	0.0083	0.0237	0.0529	0.0961
	13	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0024	0.0085	0.0233	0.0518
	14	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0006	0.0024	0.0082	0.0222
	15	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0022	0.0074
16	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0018	





## الجدول رقم 2: توزيع بواسون

	$\lambda$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
r	0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
	1	0,0905	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679
	2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	0,1839
	3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613
	4		0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153
	5			0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031
	6					0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005
	7							0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
	8										0,0000
	$\lambda$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
r	0	0,3329	0,3012	0,2725	0,2466	0,2231	0,2019	0,1827	0,1653	0,1496	0,1353
	1	0,3662	0,3614	0,3543	0,3452	0,3347	0,3230	0,3106	0,2975	0,2842	0,2707
	2	0,2014	0,2169	0,2303	0,2417	0,2510	0,2584	0,2640	0,2678	0,2700	0,2707
	3	0,0738	0,0867	0,0998	0,1128	0,1255	0,1378	0,1496	0,1607	0,1710	0,1804
	4	0,0203	0,0260	0,0324	0,0395	0,0471	0,0551	0,0636	0,0723	0,0812	0,0902
	5	0,0045	0,0062	0,0084	0,0111	0,0141	0,0176	0,0216	0,0260	0,0309	0,0361
	6	0,0008	0,0012	0,0018	0,0026	0,0035	0,0047	0,0061	0,0078	0,0098	0,0120
	7	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020	0,0027	0,0034
	8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009
	9			0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002
	10						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	11									0,0000	0,0000
	$\lambda$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3
r	0	0,1225	0,1108	0,1003	0,0907	0,0821	0,0743	0,0672	0,0608	0,0550	0,0498
	1	0,1083	0,2438	0,2306	0,2177	0,2052	0,1931	0,1815	0,1703	0,1596	0,1494
	2	0,0053	0,2681	0,2652	0,2613	0,2565	0,2510	0,2450	0,2384	0,2314	0,2240
	3	0,0000	0,1966	0,2033	0,2090	0,2138	0,2176	0,2205	0,2225	0,2237	0,2240
	4	0,0000	0,1082	0,1169	0,1254	0,1336	0,1414	0,1488	0,1557	0,1622	0,1680
	5	0,0000	0,0476	0,0538	0,0602	0,0668	0,0735	0,0804	0,0872	0,0940	0,1008
	6	0,0000	0,0174	0,0206	0,0241	0,0278	0,0319	0,0362	0,0407	0,0455	0,0504
	7	0,0000	0,0055	0,0068	0,0083	0,0099	0,0118	0,0139	0,0163	0,0188	0,0216
	8	0,0000	0,0015	0,0019	0,0025	0,0031	0,0038	0,0047	0,0057	0,0068	0,0081
	9			0,0005	0,0007	0,0009	0,0011	0,0014	0,0018	0,0022	0,0027
	10						0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0008
	11						0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
	12						0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
	13									0,0000	0,0000
	$\lambda$	2,5	3	4	4,5	5	5,5	6	7	8	9
r	0	0,0821	0,0498	0,0183	0,0111	0,0067	0,0041	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001
	1	0,2052	0,1494	0,0733	0,0500	0,0337	0,0225	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011
	2	0,2565	0,2240	0,1465	0,1125	0,0842	0,0618	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050
	3	0,2138	0,2240	0,1954	0,1687	0,1404	0,1133	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150
	4	0,1336	0,1680	0,1954	0,1898	0,1755	0,1558	0,1339	0,0912	0,0573	0,0337
	5	0,0668	0,1008	0,1563	0,1708	0,1755	0,1714	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607
	6	0,0278	0,0504	0,1042	0,1281	0,1462	0,1571	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911
	7	0,0099	0,0216	0,0595	0,0824	0,1044	0,1234	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171
	8	0,0031	0,0081	0,0298	0,0463	0,0653	0,0849	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318
	9	0,0009	0,0027	0,0132	0,0232	0,0363	0,0519	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318
	10	0,0002	0,0008	0,0053	0,0104	0,0181	0,0285	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186
	11	0,0000	0,0002	0,0019	0,0043	0,0082	0,0143	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970
	12		0,0001	0,0006	0,0016	0,0034	0,0065	0,0113	0,0263	0,0481	0,0728
	13		0,0000	0,0002	0,0006	0,0013	0,0028	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504

## جدول رقم 3: التوزيع الطبيعي المعياري

Exemple :  $P(Z < 1.96) = 0.97500$  se trouve en ligne 1.9 et colonne 0.06

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56750	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59484	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67365	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69498	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72241
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76731	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78231	0,78524
0,8	0,78815	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82382	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84135	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90148
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92786	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93575	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95544	0,95637	0,95728	0,95819	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97933	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976