جامعة الأمير عبد القادر للعلوم الإسلامية بقسنطينة

كلية الشريعة والاقتصاد

قسم الاقتصاد والإدارة

محاضرات وتطبيقات في الرياضيات المالية

السنة الثانية فرع علوم اقتصادية

السداسي الرابع

إعداد : د. جابر سطحي

السنة الدراسية : 2019-2020

المحتويات

الفصل الثالث: الفائدة المركبة

الفصل الرابع: التكافؤ في حالة الفائدة البسيطة والمركبة

الفصل الخامس: الدفعات بفائدة مركبة

الفصل السادس: معايير اختيار الاستثمارات

الفصل السابع: اهتلاك القروض

المحاضرة رقم 01

الفصل الثالث: الفائدة المركبة

1- تعريف الفائدة المركبة:

الفائدة هي المبلغ المدفوع نظير استغلال النقود المقترضة خلال مدة زمنية معينة، والفائدة المركبة هي ذلك المبلغ الذي يُحسب على أساس المبلغ المقترض مضافا إليه جميع الفوائد المتراكمة خلال فترات سابقة.

تتحدد الفائدة المركبة بثلاثة عناصر جوهرية هي:

- **الأصل (C)**: ويمثل قيمة القرض او المبلغ المقترض أو الموظف، وهو المبلغ الذي يقترضه المدين من الدائن.
- **معدل الفائدة (t)**: عادة ما يكون هذا المعدل سنوي، وقد يكون سداسي أو ثلاثي أو شهري.
- **الزمن أو مدة الإقراض (n)**: تسمى أيضا بمدة التوظيف وهي المدة الممتدة بين تاريخ الحصول على القرض وتاريخ رد القرض، وتكون إما بالسنوات أو الأشهر أو الأيام.

كل عنصر من هذه العناصر الثلاثة له علاقة طردية مع مبلغ الفائدة المركبة، فكلما زاد أحد العناصر زادت الفائدة المركبة ، والعكس صحيح.

2- حساب الفائدة المركبة:

نفترض أن لدينا: الأصل (C) و معدل الفائدة (t) و الزمن أو مدة الإقراض (n)، فإن الفائدة المركبة تحسب كالتالي:

المدة	المبلغ في بداية السنة (1)	الفائدة السنوية (2)	المبلغ في نهاية السنة (1) + (2)
1	c	$c\ t$	$c + c\ t = c\ (1+t)$
2	$c\ (1+t)$	$c\ (1+t).\ t$	$c\ (1+t) + c\ (1+t).\ t = c\ (1+t)^2$
3	$c\ (1+t)^2$	$c\ (1+t)^2.\ t$	$c\ (1+t)^2 + c\ (1+t)^2\ .\ t = c\ (1+t)^3$
...	....	....	....
...	....	....	....
n-1	$c\ (1+t)^{n-2}$	$c\ (1+t)^{n-2}.\ t$	$c\ (1+t)^{n-2} + c\ (1+t)^{n-2}\ .\ t = \mathbf{c\ (1+t)^{n-1}}$
n	$c\ (1+t)^{n-1}$	$\mathbf{c\ (1+t)^{n-1}.\ t}$	$c\ (1+t)^{n-1} + c\ (1+t)^{n-1}\ .\ t = \mathbf{c\ (1+t)^{n}}$

أما إجمالي الفوائد المركبة فيمكن حسابها كما يلي:

لدينا: $I = V - C$

$$I = c\,(1+t)^n - c$$

$$I = c\,[(1+t)^n - 1]$$

إذا من خلال ما سبق نجد أن:

صيغة حساب الفوائد المركبة السنوية (الفائدة لسنة محددة): I_n	$I_n = c\,(1+t)^{n-1}.\,t$
صيغة حساب الجملة (القيمة المكتسبة): V_n	$V_n = c\,(1+t)^n$
صيغة حساب الفوائد المركبة الإجمالية: I	$I = c\,[(1+t)^n - 1]$

تنبيه:

فائدة السنة الرابعة ليست هي الفوائد المتراكمة (الإجمالية) خلال السنوات الأربعة، وفائدة السنة الخامسة ليست هي الفوائد المتراكمة (الإجمالية) خلال السنوات الخمسة، وهكذا.

مثال: وظف شخص بالبنك مبلغ قدره 1000 دج لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي قدره 8 % .

- ما هي الجملة المحققة في نهاية المدة؟
- ما هي إجمالي الفوائد المركبة في نهاية المدة؟
- ما هي الفائدة المحققة في نهاية السنة الثالثة فقط؟
- ما هي الجملة والفوائد السنوية المحققة إذا كان معدل الفائدة بسيط.

الحل: يمكن حل المثال في الجدول التالي:

	معدل فائدة مركب سنوي 8 %			معدل فائدة بسيط سنوي 8 %	
السنوات	المبلغ في بداية السنة	فائدة كل سنة	الجملة في نهاية السنة	فائدة كل سنة	الجملة في نهاية السنة
1	1000	80	1080	80	1080
2	1080	86.4	1166.4	80	1160
3	1166.4	93.312	1259.712	80	1240
مجموع الفوائد	-	259.712	-	240	-

- الجملة المحققة في نهاية المدة:

$$V_n = c\,(1+t)^n = 1000\,(1+0.08)^3 = 1259.712\ DA.$$

- إجمالي الفوائد المركبة في نهاية المدة:

$$I = c\,[(1+t)^n - 1] = 1000\,[(1+0.08)^3 - 1] = 259.712\ DA.$$

- الفائدة المحققة في نهاية السنة الثالثة فقط:

$$I_n = c\,(1+t)^{n-1}.\,t = I_n = 1000\,(1+0.08)^{3-1}.0.08 = 93.312\ DA.$$

- الجملة والفوائد السنوية المحققة إذا كان معدل الفائدة بسيط

$$V_n = c\,(1+tn) = 1000\,(1+0.08\times 3) = 1240\ DA.$$

$$I_S = c\,.\,t\,.\,n = 1000\times 0.08\times 3 = 240\ DA.$$

3- حساب باقي العناصر من قانون الجملة:

إذا كان لدينا: الأصل (C) و معدل الفائدة (t) و الزمن أو مدة الإقراض (n)، فإنه يمكن إيجاد أي مجهول بدلالة باقي العناصر، حيث لدينا:

$$V_n = c + I = c\,(1+t)^n$$

- **حساب n :**

$$c + I = c\,(1+t)^n$$

$$^{n}\frac{c+I}{c} = (1+t)$$

$$n = \frac{\log\frac{c+I}{c}}{\log(1+t)}$$

$$n = \frac{\log\frac{v}{c}}{\log(1+t)}$$

- **حساب t :**

$$I = c\,[(1+t)^n - 1]$$

بعد تبسيط الحسابات نجد أن:

$$t = \sqrt[n]{\frac{V}{c}} - 1$$

4- المقارنة بين الفائدة البسيطة والمركبة

بالرجوع إلى حل المثال الوارد في الجدول السابق نلاحظ أن:

أ- الفائدة البسيطة تتساوى مع الفائدة المركبة عندما تكون المدة تساوي 1 (سنة واحدة)، أي:

$$n = 1 \Rightarrow (1+t)^n = (1 + tn)$$

ب- الفائدة البسيطة تكون أكبر من الفائدة المركبة عندما تكون المدة أقل من 1 (أقل من سنة)، أي:

$$n < 1 \Rightarrow (1+t)^n < (1 + tn)$$

ج- الفائدة البسيطة تكون أقل من الفائدة المركبة عندما تكون المدة أكبر من 1 (أكبر من سنة)، أي:

$$n > 1 \Rightarrow (1+t)^n > (1 + tn)$$

5- معدلات الفائدة المتكافئة:

في الفائدة البسيطة تكون معدلات الفائدة متناسبة، أي أن معدل الفائدة السنوي يكون متناسب مع معدل الفائدة للسداسي و الثلاثي و....، فإذا افترضنا أن $t = 12\ \%$ مثلا، نقول أن $t = 12\ \%$ السنوي يناسب $t = 6\ \%$ للسداسي، ويناسب $t = 3\ \%$ للثلاثي ويناسب $t = 1\ \%$ الشهري وهكذا.

أما بالنسبة للفائدة المركبة فالأمر يختلف، حيث يجب استخدام معدلات الفائدة المتكافئة، وهي المعدلات التي تحقق نفس الجملة لنفس مدة التوظيف، والصيغة العامة التي يمكن من خلالها إيجاد معدل الفائدة المكافئ هي:

$$c\,(1+t)^n = c\,(1+t_k)^{nk}$$

فإذا كان لدينا:

- المبلغ الموظف بالبنك c
- المدة بالسنوات n

- معدل الفائدة المركب السنوي t
- عدد فترات التوظيف بالسنة k
- معدل الفائدة لأقل من سنة t_k (سداسي أو ثلاثي أو شهري ....)

وباقتراض تكافئ المعدلين نجد:

$$V_n = c\,(1+t)^n = c\,(1+t_k)^{nk}$$

$$c\,(1+t)^{n/n} = c\,(1+t_k)^{nk/n}$$

$$c\,(1+t) = c\,(1+t_k)^{k}$$

$$c\,(1+t)^{1/k} = c\,(1+t_k)^{k/k}$$

$$c\,(1+t)^{1/k} = c\,(1+t_k)$$

$$(1+t)^{1/k} = (1+t_k)$$

$$\mathbf{t_k = (1+t)^{1/k} - 1}$$

مثال:

- ما هو معدل السداسي المكافئ لمعدل سنوي قدره 10 % .
- ما هي الجملة المحققة لكل معدل إذا كان المبلغ المستثمر هو 20000 دج والمدة 5 سنوات.

الحل:

- لدينا عدد السداسيات في السنة هو 2 (k = 2) و t = 10 %

معدل السداسي المكافئ ؟ = t_k

$$\mathbf{t_k = (1+t)^{1/k} - 1}$$

$$t_k = (1+ 0.1)^{1/2} - 1 \;= 0.048808848$$

$$t_k = 4.88088\ \%$$

- الجملة المحققة لكل معدل:

$$V_{n10} = c\,(1+t)^{n} = 20000\,(\,1.1\,)^{5} = 32210.2\ DA.$$

لدينا عدد الفترات في كل سنة هو 2 (k = 2) وعدد السنوات هو 5، وعليه فإن إجمالي الفترات 10 فترات (10 سداسيات)

$$V_{n\,4.8} = c\,(1+t_k)^{nk} = 20000\,(1.048808848)^{5\times2} = 32210.2\ DA.$$

تطبيق رقم 01

سلسلة تمارين الفصل الثالث: الفائدة المركبة

تمرين رقم 01:

أحسب المبلغ الذي إذا وظف بمعدل فائدة مركبة 2 % لمدة 3 سنوات أنتج جملة قدرها 10000 دج علما أن المعدل ثلاثي.

نتائج التمرين رقم 01:

c= 7884.93 DA

تمرين رقم 02:

اقترض تاجر مبلغ لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5 % ، علما بأن إجمالي الفوائد التي دفعها آخر السنة الرابعة تساوي 431.012 دج، أحسب قيمة القرض.

نتائج التمرين رقم 02:

c= 2000 DA

تمرين رقم 03:

مبلغان مجموعهما 70000 دج تم توظيفهما لمدة 8 سنوات، وظف الأول بمعدل فائدة مركبة 9.5 % والثاني بمعدل 8% ، فبلغ مجموع فوائدهما في نهاية المدة 66043.27 دج.

أحسب قيمة كل مبلغ.

نتائج التمرين رقم 03:

C_1= 30000 DA

C_2= 40000 DA

تمرين رقم 04:

أودعت مؤسسة مبلغ 200000 دج لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي قدره 11.2 % .

1- أحسب جملة المبلغ في نهاية المدة.

2- أحسب قيمة الفوائد الإجمالية.

3- إذا تم سحب مبلغ 200000 دج في نهاية السنة الرابعة ووُضع في بنك آخر بمعدل 3.5 % ثلاثيا.

أحسب ما تجمع لهذه المؤسسة بعد نهاية السنوات السبع للمبلغين.

نتائج التمرين رقم 04:

1- جملة المبلغ في نهاية المدة = 420497.58 دج

2- قيمة الفوائد الإجمالية = 220497.58 دج

3- ما تجمع لهذه المؤسسة بعد نهاية السنوات السبع للمبلغين = 447703.9313 دج

تمرين رقم 05:

استثمر شخص مبلغ 2000 دج لمدة 10 سنوات، وقد تسلم في نهاية السنة العاشرة مبلغ 3257.78 دج، احسب معدل الفائدة الذي استثمر به هذا المبلغ.

نتائج التمرين رقم 05:

معدل الفائدة الذي استثمر به هذا المبلغ هو t= 5%

تمرين رقم 06:

استثمر دينار واحد (1دج) بمعدل فائدة مركبة 5 % سنويا، إذا كانت جملته بعد مدة معينة تساوي 200 دج، أحسب المدة n .

نتائج التمرين رقم 06:

المدة هي 108.6 سنة

تمرين رقم 07:

أودع شخص مبلغ 5000 دج في بنك بمعدل فائدة مركبة 5 % سنويا، وبعد سنتين من تاريخ الإيداع سحب نصف المبلغ الموظف وترك الباقي في البنك، وبعد 5 سنوات من تاريخ الإيداع الأول سحب الرصيد ووظفه في بنك آخر بمعدل فائدة 6 % سنويا لمدة 4 سنوات.

1- أحسب ما تجمع لهذا الشخص في البنك الأول.

2- أحسب ما تجمع لهذا الشخص في البنك الثاني.

3- أحسب الفائدة المحصل عليها في البنك الثاني.

نتائج التمرين رقم 07:

ما تجمع لهذا الشخص في البنك الأول هو: 3487.345 دج

ما تجمع لهذا الشخص في البنك الثاني هو: 4402.6907 دج

الفائدة المحصل عليها في البنك الثاني هي: 915.34 دج

تمرين رقم 08:

أودع شخص في بنك مبلغ 10000 دج بمعدل فائدة مركبة 5 % سنويا، وبعد مدة من الزمن أضاف هذا الشخص مبلغ 6599.04 دج إلى رصيده وارتفع المعدل إلى 6 % سنويا فبلغت الجملة بعد 3 سنوات من الإيداع الأخير مبلغ 23820.32دج.

- أوجد مدة الإيداع الأول.

نتائج التمرين رقم 08:

مدة الإيداع الأول هي 6 سنوات

تمرين رقم 09:

إذا كانت الجملة المركبة لقرض معين في نهاية السنة الثانية قد بلغت 3276.05 دج، وفي نهاية السنة الثالثة قد بلغت 3423.498 دج.

أحسب المعدل والأصل

نتائج التمرين رقم 09:

المعدل هو: t= 4.5 %

والأصل: c = 3000

تمرين رقم 10:

وظف شخص مبلغ 20000 دج بفائدة مركبة i % ، بعد سنة أضاف المودع مبلغ مماثل، وسنة بعد هذا الإيداع الأخير وجد رصيده بلغ 47721.54 دج، أحسب المعدل i للسداسي.

نتائج التمرين رقم 10:

أحسب المعدل i للسداسي هو t= 6 %

المحاضرة رقم 02

الفصل الرابع: تكافؤ رؤوس الأموال

نستخدم التكافؤ عند استبدال ديون أو أوراق تجارية بديون أو أوراق تجارية أخرى

أولا: التكافؤ في حالة الفائدة البسيطة

في تاريخ معين نقول أن الورقة التجارية تكافؤ عدة أوراق تجارية إذا كانت القيمة الحالية لهذه الورقة تساوي مجموع القيمة الحالية للأوراق الأخرى.

$$\mathbf{Va = VN\ (1 - TN) = \sum_{i=1}^{n} VNni\ (1 - TNni)}$$

1- في حالة الخصم الحقيقي:

إذا كانت لدينا ورقتين تجاريتين Vn_1 Vn_2 تستحقان بعد فترة n_1 و n_2 بالترتيب، ومعدل الخصم أو الفائدة t، فإن القيمة الحالية لكليهما تكون كما يلي:

$$Va1 = \frac{Vn1}{1+tn1}$$

$$Va2 = \frac{Vn2}{1+tn2}$$

وبما أن التكافؤ يعني تساوي القيم الحالية فإن:

$$\Rightarrow \frac{Vn1}{Vn2} = \frac{1+tn1}{1+tn2}\ \frac{Vn1}{1+tn1} = \frac{Vn2}{1+tn2}$$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 945 دج خصمت لمدة نصف سنة بمعدل خصم 10 %، ما هي القيمة الاسمية للورقة التي تكافؤها إذا كانت تستحق بعد 3 سنوات (مستخدما الخصم الحقيقي).

الحل:

في تاريخ التكافؤ تكون الورقتين متكافئتين إذا كانت القيمة الحالية لكل ورقة مساوية للأخرى، وبما أن الورقتين متكافئتين فإن:

$$\frac{Vn1}{1+tn1} = \frac{Vn2}{1+tn2}$$

$$\frac{945}{(1+0.1\times 0.5)} = \frac{Vn2}{(1+0.1\times 3)}$$

$$\Rightarrow \quad Vn_2 = 1170 \text{ DA.}$$

2- في حالة الخصم التجاري:

إذا كانت لدينا ورقتين تجاريتين Vn_1 Vn_2 تستحقان بعد فترة n_1 و n_2 بالترتيب، ومعدل الخصم أو الفائدة t، فإن القيمة الحالية لكليهما تكون كما يلي:

$$Va_1 = Vn_1(1- tn_1) \ , \ Va_2 = Vn_2(1- tn_2)$$

وبما أن التكافؤ يعني تساوي القيم الحالية فإن:

$$Va_1 = Va_2 \Rightarrow Vn_1(1- tn_1) = Vn_2(1- tn_2)$$

$$\frac{Vn1}{Vn2} = \frac{1-tn2}{1-tn1}$$

مثال:

ورقة تجارية قيمتها الاسمية 945 دج خصمت لمدة نصف سنة بمعدل خصم 10 %، ما هي القيمة الاسمية للورقة التي تكافؤها إذا كانت تستحق بعد سنة واحدة (مستخدما الخصم التجاري).

الحل:

في تاريخ التكافؤ تكون الورقتين متكافئتين إذا كانت القيمة الحالية لكل ورقة مساوية للأخرى، وبما أن الورقتين متكافئتين فإن:

$$Va_1 = Va_2 \Rightarrow Vn_1(1- tn_1) = Vn_2(1- tn_2)$$

$$\frac{945}{Vn2} = \frac{(1-0.1*1)}{(1-0.1*0.5)}$$

$$Vn_2 = 997.5 \text{ DA.}$$

تنبيه:

- **يقوم التكافؤ على مبدأ تساوي القيم الحالية بين الأوراق التجارية أو الديون.**
- **يقال أن ورقة أو عدة أوراق تجارية متكافئة مع ورقة أو عدة أوراق تجارية أخرى بتاريخ ما عندما تكون القيمة الحالية للورقة أو مجموع القيم الحالية للأوراق المستبدلة مساوية للقيمة الحالية أو مجموع القيم الحالية للأوراق التي حلت محلها في تاريخ معين وبمعدل واحد.**
- **دائما يستخدم الخصم التجاري إلا إذا ورد نص خلاف ذلك.**

ثانيا: التكافؤ في حالة الفائدة المركبة

في تاريخ معين نقول أن الورقة التجارية أو دين يكافئ عدة أوراق تجارية أو ديون أخرى إذا كانت القيمة الحالية لهذه الورقة أو الدين تساوي مجموع القيمة الحالية للأوراق أو الديون الأخرى.

إذا كان لدينا مبلغين Vn_1 يستحق بعد فترة n_1 و Vn_2 يستحق بعد فترة n_2 بالترتيب، ومعدل الخصم أو الفائدة المركبة t، فإن القيمة الحالية لكليهما (Va_1 , Va_2) تكون كما يلي:

$$Va_1 = Vn_1 (1+ t)^{-n1} \quad , \quad Va_2 = Vn_2 (1+ t)^{-n2}$$

في تاريخ معين يكون هناك تكافؤ بين البديلين (المبلغين ، الورقتين) Vn_1 و Vn_2 إذا كانت القيمة الحالية لـ: Vn_1 تساوي القيمة الحالية لـ: Vn_2 بمعدل فائدة مشترك

$$Vn_1 (1+ t)^{-n1} = Vn_2 (1+ t)^{-n2}$$

تنبيه:

- **نقول عن مجموعتين من المبالغ أنهما متكافئتان إذا تساوت مجموع القيم الحالية للمجموعة الأولى مع مجموع القيم الحالية للمجموعة الثانية بمعدل فائدة مشترك**
- **يستخدم التكافؤ بفائدة مركبة أو بسيطة عند استبدال دين / ورقة تجارية أو مجموعة من الديون المستحقة في آجال محددة بدين / ورقة تجارية أو مجموعة من الديون الأخرى**
- **يطبق مبدأ التكافؤ في جميع العمليات التي تتطلب الاختيار بين البدائل.**

مثال:

تاجر مدين بالمبالغ التالية:

- 100000 دج تستحق بعد سنة.
- 200000 دج تستحق بعد 3 سنوات.

أراد التاجر أن يستبدل هذه الديون بدين واحد.

المطلوب: إذا كان معدل الفائدة المركب 6% .

1- ما هي قيمة هذا الدين إذا أراد تسديده حالا.

2- ما هي قيمة هذا الدين إذا أراد تسديده بعد 4 سنوات.

الحل:

لدينا:

$Vn_1 = 100000$, $Vn_2 = 200000$, $n_1 = 1$, $n_2 = 3$, $t = 6\%$.

1- قيمة هذا الدين إذا أراد تسديده حالا:

بافتراض تكافؤ البديلين، فإن القيمة الحالية للدين الجديد تساوي مجموع القيمتين الحاليتين للمبلغين المستحقان بعد سنة و 3 سنوات.

$$Va = Vn_1 (1+ t)^{-n1} + Vn_2 (1+ t)^{-n2}$$

$$Va = 100000 (1+ 0.06)^{-1} + 200000 (1+ 0.06)^{-3}$$

$$Va = 262263.48 \text{ DA.}$$

إذا أمام التاجر بديلين:

- **البديل الأول** إما أن يسدد مبلغ قيمته 262263.48 دج حالا (في التاريخ صفر).
- **البديل الثاني** إما أن سدد مبلغين الأول قيمته 100000 دج يستحق بعد سنة والثاني قيمته 200000 دج يستحق بعد 3 سنوات.

فكلا البديلين متكافئين.

2- قيمة هذا الدين إذا أراد تسديده بعد 4 سنوات:

$$Vn = 100000 (1.06)^3 + 200000 (1.06)^1$$

$$Vn = 331101.6 \text{ DA.}$$

التطبيق رقم 02

سلسلة تمارين الفصل الرابع: تكافؤ رؤوس الأموال

التمرين 01:

يريد تاجر استبدال الديون التالية:

- Vn_1 = 4000 DA تستحق بعد سنة.
- Vn_2 = 2500 DA تستحق بعد سنتين.
- Vn_3 = 3428.5 DA تستحق بعد 3 سنوات.

بورقة تجارية جديدة تستحق الدفع بعد سنة.

فإذا كان معدل الخصم 10 % (فائدة بسيطة)، أوجد القيمة الاسمية لهذه الورقة الجديدة مستخدما الخصم التجاري.

نتائج التمرين رقم 01

القيمة الاسمية لهذه الورقة الجديدة هي: 8888.83

التمرين 02:

تاجر مدين بالأوراق التجارية التالية:

- Vn_1 = 4000 DA تستحق بعد 4 أشهر.
- Vn_2 = 2000 DA تستحق بعد 8 أشهر.
- Vn_3 = 5000 DA تستحق بعد 9 أشهر.

وفي تاريخ استحقاق الورقة الأولى استبدل التاجر الورقتين الباقيتين بورقة تجارية واحدة تستحق الدفع بعد 5 أشهر.

فإذا كان معدل الخصم 10 % وأن هناك تكافؤ بين البديلين، أوجد القيمة الاسمية للورقة الجديدة.

نتائج التمرين رقم 02

القيمة الاسمية للورقة الجديدة = 7017.39 دج

التمرين 03:

تاجر مدين بالمبالغ التالية:

- 24000 دج تستحق بعد سنة واحدة.
- 16000 دج تستحق بعد سنة و 6 أشهر.

- 30000 دج تستحق بعد سنتين و6 أشهر.
- 40000 دج تستحق بعد 4 سنوات.

وبعد التشاور تم الاتفاق على أن يسدد كل الدين بموجب مبلغ إجمالي وحيد على أن يسدد خلال 5 سنوات.

المطلوب: أحسب القيمة الاسمية لهذا الدين مع العلم أن معدل الفائدة السنوي المركب 6 %.

نتائج التمرين رقم 03

القيمة الاسمية للورقة الجديدة = 127023.57دج

التمرين 04:

تاجر مدين بالأوراق التجارية التالية:

- Vn_1 = 100 DA تستحق بعد 6 أشهر.
- Vn_2 = 200 DA تستحق بعد 8 أشهر.
- Vn_3 = 400 DA تستحق بعد 9 أشهر.
- Vn_4 = 500 DA تستحق بعد 10 أشهر.

فإذا غير رأيه في تاريخ التحرير وهذا بدفع 500 دج فورا للدائن، ويحرر له بالباقي ورقتين تجاريتين، الأولى نصف الثانية وتستحقان على التوالي بعد 4 و 6 أشهر.

ما هي القيمة الاسمية لكلا الورقتين إذا كان معدل الفائدة البسيط السنوي 6 % .

نتائج التمرين رقم 04

Vn_1 = 221.23 DA

Vn_2 = 442.46 DA

التمرين 05:

اشترى شخص منزل ومنحه البائع الخيار بين دفع مبلغ 18000 دج حالا، أو دفع مبلغ 29000 دج بعد 10 سنوات من تاريخ الشراء.

إذا كان معدل الفائدة المركبة السائد في السوق 5 % سنويا، أيهما الاختيار الأفضل للمشتري، ولماذا ؟

نتائج التمرين رقم 05

القيمة الحالية للبديل الأول هي 18000 دج (نفسها)

القيمة الحالية للبديل الثاني هي 17803.477 دج

ومنه فإن الخيار الثاني أفضل من الأول لأنه يعطي أقل قيمة حالية

التمرين 06:

يمكن شراء جهاز بأحد الأسلوبين التاليين:

أ- دفع مبلغ 420 دج فورا عند الشراء.

ب- دفع مبلغ 60 دج نقدا عند الشراء وتوقيع 6 سندات شهرية القيمة الاسمية لكل منها 61.2 دج، الأولى تستحق بعد شهر من تاريخ الشراء.

- ما هو معدل الفائدة البسيط الذي يخصم به التاجر هذه الأوراق حتى يكون هناك تكافؤ بين البديلين أ و ب.

نتائج التمرين رقم 06

t = 6.72 %

المحاضرة رقم 03

الفصل الخامس: الدفعات بفائدة مركبة

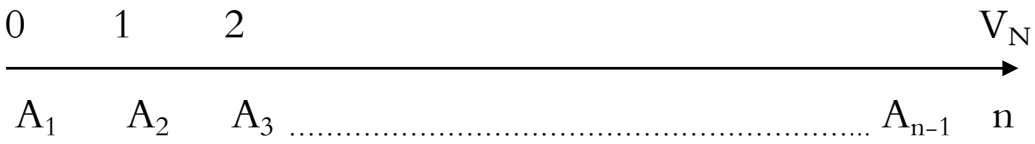
1- مفهوم الدفعات

يقصد بالدفعات المبالغ المالية المدفوعة في فترات زمنية معينة ومنتظمة، ويقصد بالفترة المدة التي تفصل بين دفعتين متعاقبتين والتي عادة ما تكون شهرية أو سداسية أو سنوية، وتكون الدفعات منتظمة إذا تساوت جميع الفترات الممتدة بين دفعة والدفعة التي تليها.

2- أنواع الدفعات

يمكن التمييز بين نوعين من الدفعات:

أ- دفعات أول المدة: يطلق عليها بدفعات الاستثمار أو الدفعات الفورية أو دفعات غير عادية، حيث تدفع دائما في أول المدة، ويكون غرضها التوظيف أو الادخار لتكوين رأس المال، وتكون متساوية القيمة والفترة بين دفعة وأخرى.



الجملة المحصلة (V_n) لسلسلة دفعات ثابتة لأول المدة تحسب فترة واحدة بعد آخر دفعة، أي في نهاية الفترة $n-1$ ، وذلك عند التاريخ n .

(V_n) هي جملة الدفعات التي يمكن الحصول عليها بإيجاد جملة كل دفعة A على حدا في نهاية الفترة n ثم نحسب المجموع كما هو موضح في الجدول أدناه:

الدفعات	مدة الإيداع	الجملة عند المدة n
1	n	$A\ (1+t)^n$
2	n-1	$A\ (1+t)^{n-1}$
...	...	...
n-1	2	$A\ (1+t)^2$
n	1	$A\ (1+t)$

$$V = A\ (1+t)^n + A\ (1+t)^{n-1} + \ldots\ldots + A\ (1+t)^2 + A\ (1+t)$$

وهي مجموع حدود متتالية هندسية حدها الأول $A\ (1+t)^n$ وأساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n.

بتطبيق قانون مجموع حدود المتوالية: نجد:

$$Vn = \mathrm{A}\,(1+t)^n \frac{(1+t)^n - 1}{(1+\mathrm{t}) - 1}$$

وبتبسيط العلاقة الأخيرة نجد الصيغة النهائية لجملة دفعات توظيف:

$$Vn = \mathrm{A}\,(1+\mathrm{t}) \frac{(1+t)^n - 1}{\mathrm{t}}$$

أما معادلة القيمة الحالية لدفعات التوظيف هي:

$$Va = \mathrm{A}\,(1+\mathrm{t}) \frac{1-(1+t)^{-n}}{\mathrm{t}}$$

مثال 1:

يقوم شخص بتوظيف مبلغ قدره 200000 دج في أول كل سنة لمدة 20 سنة، إذا كان معدل الفائدة 8 % ، أحسب رصيد هذا الشخص في نهاية المدة.

الحل:

$$\mathrm{A} = 200000 \ , \ \mathrm{n} = 20 \ , \ \mathrm{t} = 8\ \%$$

$$Vn = \mathrm{A}\,(1+\mathrm{t}) \frac{(1+t)^n - 1}{\mathrm{t}}$$

$$Vn = 200000\,(1+0.08) \frac{(1+0.08)^{20} - 1}{0.08}$$

$$Vn = 9884584.288\ DA.$$

مثال 2:

يقوم شخص بتوظيف مبلغ قدره 200000 دج في أول كل سنة لمدة 20 سنة، إذا كان معدل الفائدة 8 % ، ما هي القيمة الحالية لهذه الدفعات.

الحل:

$$\mathrm{A} = 200000 \ , \ \mathrm{n} = 20 \ , \ \mathrm{t} = 8\ \%$$

$$Va = \mathrm{A}\,(1+\mathrm{t}) \frac{1-(1+t)^{-n}}{\mathrm{t}}$$

$$Va = 200000\ (1.08)\ \frac{1-(1.08)^{-20}}{0.08}$$

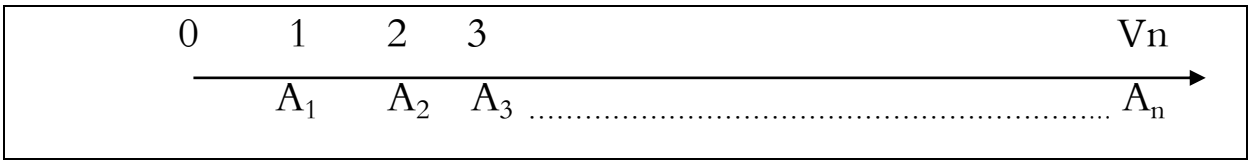
$$Va = 2120719.84\ DA$$

كما يمكن حساب القيمة الحالية من خلال الجملة المحققة في نهاية فترة الإيداع كما يلي:

$$Va = Vn\ (1.08)^{-20} = 9884584.288\ (1.08)^{-20} = 2120719.84$$

ب- دفعات آخر المدة: تسمى بالدفعات العادية أو فورية أو دفعات تسديد، ويكون غرضها تسديد القروض أو أقساط التامين أو غيرها، وتكون متساوية القيمة والفترة بين دفعة وأخرى.

فإذا افترضنا أن شخص يسدد دينا بواسطة دفعات تسديد قيمة كل دفعة a و عدد الدفعات n ، فإن حساب ما يسدده هذا الشخص أي الجملة (V_n) هو مجموع هذه الدفعات وفوائدها حتى تسديد آخر دفعة مع الأخذ بعين الاعتبار أن الدفعة تسدد في نهاية كل فترة.



إن استخلاص العلاقة الأساسية لحساب جملة الدفعات لآخر المدة يتطلب حساب جملة كل دفعة، كما هو مبين في الجدول التالي:

الجملة عند المدة n	مدة التسديد	الدفعات
$A\ (1+t)^{n-1}$	n–1	1
$A\ (1+t)^{n-2}$	n–2	2
…	…	…
$A\ (1+t)^{1}$	1	n–1
$A\ (1+t)^{0} = A$	0	n

إن الجملة المحصلة لسلسلة الدفعات عند نهاية المدة يمكن كتابتها على الشكل:

$$V = A\ (1+t)^{n-1} + A\ (1+t)^{n-2} + \ldots\ldots + A\ (1+t)^{1} + A$$

يلاحظ أن الجملة تمثل متوالية هندسية تصاعدية حدها الأول A وعدد حدودها n وأساسها .(1+t)

ومجموع المتوالية الهندسية التصاعدية يعبر عنه بالعلاقة:

$$V = \mathrm{A}\,\frac{\mathrm{R}^n - 1}{\mathrm{R} - 1}$$

$$V = (\text{الحد الأول})\,\frac{(\text{الأساس})^n - 1}{(\text{الأساس}) - 1}$$

حيث أن: A يمثل الحد الأول للمتوالية الهندسية.

R يمثل أساس المتوالية الهندسية

وعليه فجملة دفعات متساوية لآخر المدة يعبر عنها بالعلاقة:

$$Vn = \mathrm{A}\,\frac{(1+\mathrm{t})^n - 1}{(1+\mathrm{t}) - 1}$$

بعد تبسيط المعادلة نجد الصيغة النهائية لجملة دفعات التسديد كما يلي:

$$Vn = \mathrm{A}\,\frac{(1+\mathrm{t})^n - 1}{\mathrm{t}}$$

أما معادلة القيمة الحالية لدفعات التسديد هي:

$$Va = \mathrm{A}\frac{1-(1+t)^{-n}}{\mathrm{t}}$$

مثال 3:

يقوم شخص بتسديد مبلغ قدره 200000 دج في نهاية كل سنة لمدة 20 سنة، إذا كان معدل الفائدة 8 % ، أحسب رصيد هذا الشخص في نهاية المدة.

الحل:

$$\mathrm{A} = 200000\ ,\ \mathrm{n} = 20\ ,\ \mathrm{t} = 8\ \%$$

$$Vn = \mathrm{A}\,\frac{(1+\mathrm{t})^n - 1}{\mathrm{t}}$$

$$Vn = 200000\,\frac{(1+0.08)^{20} - 1}{0.08}$$

$$Vn = 9152392.86\ \mathrm{DA}$$

مثال 4:

يقوم شخص بتسديد مبلغ قدره 200000 دج في نهاية كل سنة لمدة 20 سنة، إذا كان معدل الفائدة 8 % ، أحسب القيمة الحالية لهذه الدفعات.

الحل:

$$A = 200000 \ , n = 20 \ , t = 8\ \%$$

$$Va = \mathrm{A}\frac{1-(1+t)^{-n}}{\mathrm{t}}$$

$$Va = 200000\ \frac{1-(1.08)^{-20}}{0.08}$$

$$Va = 1963629.481$$

كما يمكن حساب القيمة الحالية من خلال الجملة المحققة في نهاية فترة التسديد كما يلي:

$$Va = Vn\ (1.08)^{-20} = 9152392.86\ (1.08)^{-20} = 1963629.481DA.$$

تنبيه

القوانين التي تم عرضها تنطبق على الدفعات الثابتة المنتظمة، لذلك فإن تطبيقها يستلزم فرضيتين:

– أن تكون جميع الدفعات ثابتة، أي متساوية من أول دفعة لآخر دفعة

– أن تكون الفترة بين دفعة وأخرى متساوية منذ إيداع أو تسديد أول دفعة إلى آخر دفعة.

تطبيق رقم 03

سلسلة تمارين الفصل الخامس: الدفعات بفائدة مركبة

تمرين 01:

من أجل تسديد دين في نهاية 7 سنوات بمبلغ 21955.24 دج، أحسب قيمة الدفعة السنوية التي تسمح بذلك والمودعة في نهاية كل سنة بمعدل فائدة 9.5 % .

نتائج التمرين رقم 01

A = 2350

تمرين 02:

يودع شخص في نهاية كل سنة دفعة ثابتة بمقدار 50000 دج، وبعد سنتين من تاريخ الإيداع سحب ما أودعه من دفعات وترك الباقي في شكل دفعة ثابتة جديدة ، وبعد سنة من تاريخ السحب أودع دفعة جديدة مساوية للدفعة الأخيرة.

وبعد سنة من الدفعة الأخيرة تجمع لهذا الشخص رصيد في البنك قدر بـ: 5125 دج

المطلوب:

- أحسب معدل الفائدة المعمول به.
- أحسب مبلغ الدفعة الجديد.

نتائج التمرين رقم 02

T= 5 %

A = 2500

تمرين 03:

شخص يدخر مبلغ ثابت في نهاية كل سنة لدى إحدى البنوك، في نهاية السنة 5 عند إيداع دفعة هذه السنة بلغ رصيده 5443.45 دج

وشخص آخر يدفع ضعف مبلغ الشخص الأول في بداية كل سنة لدى بنك آخر بمعدل فائدة 4.5 % ، وفي نهاية السنة الرابعة بلغ رصيده 8941.42 دج.

المطلوب:

- أحسب مبلغ الدفعة الواحدة للشخص الأول.
- ما هو معدل الفائدة الذي يستخدمه البنك الأول ؟

نتائج التمرين رقم 03

مبلغ الدفعة الواحدة للشخص الأول = 1000 دج

معدل الفائدة الذي يستخدمه البنك الأول = 4.5 % .

تمرين 04:

على صانع دفع سداسيا مبلغ 10000 دج لمدة 5 سنوات لإيجار عتاد، الدفع الأول يأتي 18 شهر بعد استعمال العتاد.

- ما هي قيمة الدفعات العشر عند تسليم العتاد علما أن معدل السداسي هو 4 % .

نتائج التمرين رقم 04

قيمة الدفعات العشر عند تسليم العتاد = 74989.79086 دج

تمرين 05:

اشترى شخص متجر، في يوم الشراء عرض عليه البائع الطريقتين التاليتين للتسديد:

1- إما أن يدفع في نهاية كل سنة و لمدة 12 سنة مبلغ 30000 دج ، الدفع الأول يكون سنة بعد الشراء.

2- إما أن يدفع مبلغا وحيد في نهاية السنة الرابعة للشراء.

المطلوب:

إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة السنوي 4 %، ما هو مقدار الدفع الوحيد كي يصبح العرضين متكافئيين.

نتائج التمرين رقم 05

Vn = 329376.2662

تمرين 06:

يوظف شخص في بداية كل سنة دفعة ثابتة، وفي نهاية السنة الخامسة توقف عن الدفع، ثم سحب جميع المبالغ المودعة علما أن الجملة المحققة في نهاية السنة العاشرة (10) بعد أن تمت عملية السحب بلغت 196291.64 دج

- أحسب مبلغ الدفعة الثابتة علما أن معدل الفائدة السنوي 8% .

نتائج التمرين رقم 06

مبلغ الدفعة الثابتة = 100000 دج

تمرين 07:

على مؤسسة أن تسدد قرض بواسطة 7 دفعات عادية ثابتة مبلغ كل دفعة 5000 دج، حيث أن الدفعات الثلاثة الأولى حسبت بمعدل فائدة سنوي 5 %، أما الدفعات الأربعة الأخيرة حسبت بمعدل 6 %.

- أحسب المبلغ المتجمع بعد دفع الدفعة الأخيرة.

نتائج التمرين رقم 07

المبلغ المتجمع بعد دفع الدفعة الأخيرة = 41772.873 دج

تمرين 08:

إذا كانت جملة n دفعة توظف في بداية كل سنة تساوي 27941.6 دج و معدل الفائدة المركبة السنوي 6 % ، وقيمة الدفعة = 2000 دج.

أحسب عدد الدفعات n .

نتائج التمرين رقم 08

n = 10

المحاضرة رقم 04

الفصل السادس: معايير اختيار الاستثمارات

أولا: مفهوم التدفقات النقدية

يتطلب إقامة وتشغيل مشروع إنفاق مبالغ نقدية، كما يحقق تشغيل المشروع موارد نقدية، وكل مبلغ يتم إنفاقه أو تحصيله يسمي تدفقا نقديا، حيث يسمى الإنفاق بالتدفق النقدي الخارج أو السالب ويسمى الإيراد بالتدفق النقدي الداخل أو الموجب.

ينقسم الإنفاق النقدي إلى نوعين من الإنفاق هما:

1- الإنفاق الاستثماري: وهو تدفق نقدي خارج يتكون من 3 فئات:

- الاستثمار المبدئي: وهو الإنفاق الخاص بتأسيس المشروع وبنائه.
- رأس المال العامل اللازم لأول دورة تشغيلية.
- النفقات الاستثمارية التي تأتي في السنوات اللاحقة بعد بدأ المشروع.

2- الإنفاق التشغيلي السنوي: ويمثل هذا الإنفاق تكاليف التشغيل كما يعرفها علم المحاسبة باستثناء الفوائد وأعباء الاهتلاك، ويسمى هذا النوع بالتدفقات السنوية الجارية

أما الموارد النقدية التي يحققها المشروع فتتمثل في جميع الموارد السنوية المتأتية من الخارج مقابل تقديم خدمات للغير أو بيع منتجات، وتسمى بالتدفقات النقدية السنوية الجارية الداخلة.

التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية = التدفقات النقدية السنوية الجارية الداخلة – بالتدفقات النقدية السنوية الجارية الخارجة

القيمة الحالية للتدفقات النقدية:

يمكن إيجاد القيمة الحالية لأي جملة مستثمرة في خلال المدة n بالعلاقة التالية:

$$\boldsymbol{Va = \mathrm{Vn}\ \frac{1}{(1+t)^{n}} = \mathrm{Vn}\ (1+t)^{-n}}$$

أما القيمة الحالية لعدة مبالغ مستقبلية غير متساوية فهي:

$$\boldsymbol{Va = \mathrm{Vn1}\ \frac{1}{(1+t)^{n1}} + \mathrm{Vn2}\ \frac{1}{(1+t)^{n2}} + \ \ldots\ldots\ldots + \mathrm{Vn}i\ \frac{1}{(1+t)^{ni}}}$$

أما القيمة الحالية لعدة مبالغ مستقبلية متساوية فهي:

$$\boldsymbol{Va = \frac{\mathrm{Vn}}{\mathrm{t}}\left[1 - \frac{1}{(1+t)^{n}}\right]}$$

ثانيا: معيار صافي القيمة الحالية في تقييم المشاريع VAN

إذا رمزنا إلى:

التكاليف الاستثمارية في السنة صفر بـ: I_0 .

صافي التدفق النقدي السنوي الخاص بالسنة i بـ: Ri .

معدل الإنتاجي للمشروع بـ: n .

فإن الصيغة العامة لمعيار صافي القيمة الحالية هي:

$$VAN = \left[\frac{R1}{(1+t)} + \frac{R2}{(1+t)^2} + \frac{R2}{(1+t)^3} + \dots\dots + \frac{Rn}{(1+t)^n}\right] - I_0$$

$$VAN = \sum_{i=1}^{n} \frac{Ri}{(1+t)^i} - I_0$$

في حالة وجود القيمة المتبقية للاستثمار عند نهاية الفترة يمكن حساب صافي القيمة الحالية كما يلي:

$$VAN = \left[\frac{R1}{(1+t)} + \frac{R2}{(1+t)^2} + \frac{R2}{(1+t)^3} + \dots\dots + \frac{Rn}{(1+t)^n} + \frac{VR}{(1+t)^n}\right] - I_0$$

$$VAN = \sum_{i=1}^{n} \frac{Ri}{(1+t)^i} + \frac{VR}{(1+t)^n} - I_0$$

متى يعتبر المشروع رابحا: بعد إيجاد صافي القيمة الحالية يمكن التمييز بين 3 حالات هي:

- إذا كانت صافي القيمة الحالية أكبر من الصفر ($VAN > 0$) فذلك يعني أن التدفقات النقدية الداخلة أكبر من التكلفة الاستثمارية، وعليه يقبل المشروع.
- إذا كانت صافي القيمة الحالية أصغر من الصفر ($VAN < 0$) فذلك يعني أن التدفقات النقدية الداخلة أصغر من التكلفة الاستثمارية، وعليه يرفض المشروع.
- إذا كانت صافي القيمة الحالية تساوي الصفر ($VAN = 0$) فذلك يعني أن التدفقات النقدية الداخلة تساوي التكلفة الاستثمارية، وهذا يمثل الحد الأدنى لقبول المشروع.

ثالثا: معيار معدل العائد الداخلي (TRI)

يعرف معدل العائد الداخلي بأنه سعر الخصم الذي تكون عنده نسبة العوائد الحالية إلى التكاليف الحالية للمشروع مساوية للواحد الصحيح، أو بمعنى آخر هو سعر الخصم الذي يجعل القيمة الحالية الصافية للمشروع مساويا للصفر.

يكون معدل الخصم هنا مجهولا، والمطلوب معرفة قيمة ذلك المعدل الذي يجعل القيمة الحالية الصافية تساوي الصفر.

ويمكن التعبير عنه بالمعادلة التالية:

$$\boldsymbol{VAN} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{Ri}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{t})^{i}} - I_0$$

$$\boldsymbol{VAN} = 0$$

$$\boldsymbol{VAN} = \left[\frac{\mathbf{R1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{TRI})} + \frac{\mathbf{R2}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{TRI})^{2}} + \frac{\mathbf{R2}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{TRI})^{3}} + \ldots\ldots + \frac{\mathbf{Rn}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{TRI})^{n}}\right] - I_0 = 0$$

Ri : صافي التدفقات النقدية.

Io: قيمة الاستثمار المبدئي.

n: عمر المشروع.

TRI: معدل العائد الداخلي

متى يعتبر المشروع رابحا؟

من المعلوم أن سعر الفائدة الذي يدفعه المستثمر هو سعر الفائدة السائد في السوق، وهنا نميز 3 حالات هي:

- عندما يكون معدل العائد الداخلي أكبر من معدل الفائدة السائد في السوق يعتبر المشروع مربح.
- عندما يكون معدل العائد الداخلي أقل من معدل الفائدة السائد في السوق يعتبر المشروع خاسرا.
- عندما يكون معدل العائد الداخلي يساوي معدل الفائدة السائد في السوق ففي هذه الحالة المشروع لا يحقق ربح ولا خسارة.

كيفية حساب معدل العائد الداخلي:

إن حساب معدل العائد الداخلي يتطلب البحث عن معدل خصم الذي يجعل مجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية السنوية الصافية مساوي لمجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية السنوية الاستثمارية، ومن أجل الوصول إلى ذلك لابد من اعتماد أسلوب التجربة والخطأ من خلال استخدام أكثر من معدل خصم مفترض حتى الوصول إلى المعدل الصحيح الذي يتساوى عنده طرفا المعادلة.

وعند حساب معدل العائد الداخلي نصادف حالتين هما:

- الحالة الأولى: عندما تكون التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية متساوية.
- الحالة الثانية: عندما تكون التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية غير متساوية.

الحالة الأولى: مثال عن حالة التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية المتساوية:

نفترض أن لدينا مشروع مقترح علينا تقييمه، و أن القيمة الحالية للتدفقات النقدية الإستثمارية التي يتطلبها تبلغ 55000دج، في حين أن التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية لهذا المشروع تبلغ 20000دج، تتحقق سنويا وعلى مدى 4 سنوات و هو عمر المشروع.

و المطلوب هو حساب معدل العائد الداخلي للمشروع.

الحل:

إن المطلوب هو إيجاد معدل الخصم الذي يجعل القيمة الحالية لمبلغ قدره 20000دج يتحقق سنويا على مدى 4 سنوات مساوي القيمة الحالية للتدفقات النقدية الإستثمارية المقدرة ب 55000دج.

و بما أن التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية متساوية، فيمكننا استخدام:

$$\boldsymbol{Va = \frac{Vn}{t}\left[1 - \frac{1}{(1+t)^n}\right]}$$

$$55000 = \frac{20000}{t}\left[1 - \frac{1}{(1+t)^4}\right]$$

$$\frac{55000}{20000} = \frac{1}{t}\left[1 - \frac{1}{(1+t)^4}\right]$$

$$2.75 = \frac{1}{t}\left[1 - \frac{1}{(1+t)^4}\right]$$

بالرجوع إلي الجدول المالي رقم (2) الذي يعطينا القيمة الحالية لوحدة نقدية واحدة تتحقق على عدد محدد من السنوات n، نجد أن القيمة 2،75 تنحصر بين 2,798 المقابل ل n=4 و i=16 ، و القيمة 2,743 المقابلة ل n=4 و i=17 ، و يعني هذا أن معدل العائد الداخلي ينحصر بين المعدلين 16 % و 17%.

في حالة **i=16**:

$$p = \frac{20000}{0,16} \times \left[1 - \frac{1}{(1+0,16)^4}\right]$$

P= 55963,61

و يعني هذا أنه إذا استثمرنا مبلغ 55963,61دج بمعدل خصم 16% فإنه يرد إلينا تدفقات نقدية سنوية جارية صافية قدره 20000دج لمدة 4 سنوات.

لكن المشروع المقترح يتطلب استثمار قدره 55000دج فقط، لكي يدير تدفقات نقدية صافية جارية قدرها 20000دج لمدة 4 سنوات، لذلك نجرب المعدل المقدر ب **17%**، نجد ما يلي:

$$p = \frac{20000}{0,17} \times \left[1 - \frac{1}{(1+0,17)^4}\right]$$

P= 54864,7

و هذا يعني إذا استثمرنا مبلغ 54864,7 دج ، وردت لدينا تدفقات نقدية سنوية جارية صافية قدرها 20000دج لمدة 4 سنوات عن معدل عائد داخلي يقدر ب 17%.

إذن فما هو معدل العائد الداخلي الأنسب الذي يجعل مجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية الصافية الجارية مساو للقيمة الحالية للتدفقات الاستثمارية ؟

إن إيجاد معدل العائد الداخلي للمشروع يتطلب القيام بالخطوات التالية:

أولا: حساب الفرق بين المعدلين اللذين جرى تجريبهما، و ذلك كما يلي: 0,17- 0,16= 0,01

ثانيا: نجد الفرق بين القيم الحالية للتدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية المحسوبة وفق المعدلين السابقين، و ذلك كما يلي: 55963,61- 54864,7= 1098,91.

ثالثا: نحسب الفرق بين القيمة الحالية للتدفقات الاستثمارية و القيمة الحالية للتدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية المحسوبة على أساس معدل 16% (لأنها الأكبر)، و ذلك كما يلي:

55000-55963,61= 963,61.

رابعا: نقوم بتطبيق القاعدة الثلاثية ، فنجد:

$$x = \frac{963,61 \times 0,01}{1098,91} = 0,0087$$

0,01 ⟵ 1098,91

x ⟵ 963,61

و عليه فمعدل العائد الداخلي للمشروع هو: x= 0,16+0,0087= 0,1687= 16,87%

الحالة الثانية: مثال عن حالة التدفقات النقدية السنوية الصافية الجارية غير المتساوية:

نفترض أن المشروع المقترح تقييمه تبلغ القيمة الحالية للتدفقات النقدية الاستثمارية التي يتطلبها 55000دج، و أن التدفقات السنوية الجارية الصافية التي يحققها خلال عمر المشروع كما يلي:

السنوات	المبالغ
السنة الأولى	10000
السنة الثانية	15000
السنة الثالثة	30000
السنة الرابعة	25000

المطلوب: حساب معدل العائد الداخلي للمشروع.

الحل:

من أجل التوصل إلى معدل العائد الداخلي للمشروع نجرب أولا معدل الخصم 15%، و نحسب القيم الحالية للتدفقات السنوية الجارية الصافية كما هو موضح في الجدول التالي:

السنوات	التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية	معامل الخصم15% $\frac{1}{(1+0,15)^n}$	القيمة الحالية للتدفقات السنوية الجارية الصافية
سنة 0	-	-	-
سنة 1	10000	0,87	8700
سنة 2	15000	0,756	11340
سنة 3	30000	0,658	19740
سنة 4	25000	0,572	14300
المجموع	-	-	54080

يتبين لنا أن مجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية التي حصلنا عليها بناء على معدل الخصم المقترح المقدر ب 15%، أدنى من القيمة الحالية للتدفقات الإستثمارية، و هذا يعني أن معدل العائد الداخلي أدنى من 15%، لذلك سنجرب معدل الخصم 13%، لنحصل على النتائج التالية:

السنوات	التدفقات النقدية السنوية	معامل الخصم 13%	القيمة الحالية للتدفقات

	الجارية الصافية	$\frac{1}{(1+0,13)^n}$	النقدية السنوية الجارية الصافية
السنة 1	10000	0,885	8850
السنة 2	15000	0,783	11745
السنة 3	30000	0,693	20790
السنة 4	25000	0,613	15325
المجموع	-	-	56710

نلاحظ أن مجموع القيمة الحالية للتدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية أكبر من القيمة الحالية للتدفقات الاستثمارية، و هذا يعني أن معدل العائد الداخلي يقع بين المعدلين 15 % و 13%.

- الفرق بين المعدلين هو: 0,15- 0,13= 0,02.
- الفرق بين القيم الحالية المحسوبة على أساس المعدلين هو: 56710- 54080= 2630.
- الفرق بين ق ح ت الإستثمارية و ق ح ت ن ج الصافية على أساس المعدل 13% هو: 56710-55000=1710.
- بتطبيق القاعدة الثلاثية نجد:

2630 ⟵ 0,02

1710 ⟵ x

x=0,0130

و منه فمعدل العائد الداخلي هو: 0,13+ 0,0130= 0,1430= 14,30%، و هو المعدل الذي يحقق التساوي بين القيمة الحالية للتدفقات الاستثمارية و القيم الحالية للتدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية.

المحاضرة رقم 05

➢ مقارنة بين معيار القيمة الحالية و معدل العائد الداخلي:

- إن حساب القيمة الحالية الصافية للمشروع يتطلب أن تحدد مسبقا معدل الخصم، و هو سعر الفائدة السائد في السوق، و الذي يمثل تكلفة رأس المال، و في الواقع يصعب تحديد ما سيكون عليه سعر الفائدة خلال السنوات المقبلة بسبب احتمال تقلبه، و هذا يعتبر عيب من عيوب معيار القيمة الحالية الصافية للمشروع. أما معدل العائد الداخلي للمشروع فلا يتطلب تحديد معدل الخصم أو سعر الفائدة، و هذه ميزة لصالح معيار معدل العائد الداخلي، لكن استخدام معيار معدل العائد الداخلي لا يغني عن تحديد قيمة معدل الخصم، و ذلك لإمكانية اتخاذ القرار حول جدوى المشروع، هل المشروع رابح(في حالة ما إذا كان معدل

العائد الداخلي أكبر من سعر الفائدة)، أو أن المشروع خاسر(في حالة ما إذا كان معدل العائد الداخلي أقل من معدل الخصم).

- إذا كان الغرض من تقييم المشروع هو اتخاذ القرار حول قبول المشروع أو رفضه(مشروع واحد)، أي أن المشروع رابحا أو خاسرا، فإنه بعد تحديد معدل الخصم السائد في السوق، فسواء استخدمنا معيار القيمة الحالية الصافية للمشروع أو معيار معدل العائد الداخلي، فنتيجة التقييم واحدة.
- إذا كان الغرض من عملية التقييم المقارنة بين مشاريع مختلفة أو ترتيب المشاريع حسب أفضليتها، فإن نتيجة التقييم قد تختلف باختلاف المعيار المستخدم، و السبب اختلاف النتيجة في حالة استخدام معيار القيمة الحالية الصافية للمشروع في حال استخدام معيار معدل العائد الداخلي، هو أن هذا الأخير لا يأخذ بعين الاعتبار حجم المشروع مقاسا بمقدار الاستثمارات التي يتطلبها، فمعيار معدل العائد الداخلي لا يأخذ بعين الاعتبار حجم الاستثمارات التي يتطلبها المشروع و لا الحجم الكلي للربح الذي ينتظر تحقيقه، و بالتالي قد يقود إلى نتيجة خاطئة، و هنا تظهر مشكلة الحجم، أو كما يطلق عليها بمشكلة الاستثمار الصافي.

مثال:

نفترض وجود مشروعين A و B، حيث تبلغ التكاليف الإستثمارية للمشروع الأول 1000دج، تنفق في السنة 0، و تبلغ التدفقات النقدية الجارية الصافية 12000دج تتحقق في السنة الأولى ، أما المشروع الثاني فيتطلب تكاليف إستثمارية قدرها 15000دج تنفق في السنة 0، و يذر تدفقا نقديا سنويا جاريا صافي قدره 17700دج يتحقق في السنة التالية (سنة أولى)، إذا علمت أن سعر الفائدة هو 10%.

فأي من المشروعين سوف تختاره باستخدام معيار القيمة الحالية الصافية و معيار معدل العائد الداخلي؟.

الحل:

البديل A:

حساب القيمة الحالية: $VAN = \frac{12000}{1.1} - 1000 = 909,09$

حساب معدل العائد الداخلي: $(1/(1+I)) \; 12000 = 10000$

$(1/(1+i)) = 0.83$ ..... $i=20\%$

البديل B:

حساب القيمة الحالية: $VAN = \frac{17700}{1.1} - 15000 = 1090$

حساب معدل العائد الداخلي: $(1/(1+i)) \; 17700 = 15000$

$(1/(1+i)) = 0.84$ ..... $i=18\%$

إذن حسب معيار معدل العائد الداخلي يتم إختيار المشروع A لأن 20% > 18%، لكن هذا القرار غير عقلاني من الناحية الإقتصادية لأن حجم الربح المحقق في البديل B أكبر من البديل A، و بالتالي يجب اختيار البديل الثاني لأنه أفضل من الأول، لأن القيمة الحالية الصافية للبديل الثاني أكبر من القيمة الحالية الصافية للبديل الأول.

رابعا: معيار فترة الاسترداد:

مفهوم فترة الاسترداد:

و يقصد بفترة الاسترداد، الفترة اللازمة لاستعادة التكاليف الاستثمارية عن طريق التدفقات السنوية الجارية الصافية التي يحققها المشروع، و يحدد عادة حد أقصى لفترة الاسترداد يسمى بفترة القطع أو فترة الاسترداد القصوى المقبولة.

و يتوقف قبول المشروع أو رفضه على نتيجة المقارنة بين فترة الاسترداد للمشروع و فترة القطع، فإذا كانت فترة الاسترداد أقل من فترة القطع فالمشروع يعتبر مشروعا مقبولا، أما في حالة العكس فالمشروع مرفوض.

و في حالة المفاضلة بين عدة مشاريع فالمشروع ذو فترة الاسترداد الأقل أو الأقصر هو المشروع الأفضل، و تحدد فترة القطع في أوروبا عادة بأربع سنوات لمشاريع الصناعات.

طرق حساب فترة الاسترداد:

و نميز بين حالتين:

أ- حالة التدفقات النقدية المتساوية:

في هذه الحالة يتم حساب فترة الإسترداد بالعلاقة التالية:

$$\text{فترة الاسترداد} = \frac{\text{التدفقات النقدية الاستثمارية}}{\text{التدفقات النقدية الجارية الصافية}}$$

مثال:

قدرت التكاليف الإستثمارية لمشروع ب 800.000دج، و كانت تدفقاته النقدية السنوية الجارية الصافية على مدى 5سنوات متساوية و مساوية ل 250.000دج للسنة.

- فما هي فترة الاسترداد؟
- إذا كانت فترة القطع أو الفترة القصوى للاسترداد المقبولة من قبل المستثمر هي 4 سنوات، هل يكون المشروع مقبولا أو مرفوضا؟.

الحل:

$$\text{فترة الاسترداد} = \frac{\text{الاستثمار المبدئي}}{\text{التدفقات النقدية الجارية الصافية}} = \frac{800000}{250000} = 3{,}2 \text{ سنة}$$

أي أن فترة الاسترداد هي 3 سنوات و 2 شهر و 12 يوم.

و مدة القطع هي 4 سنوات و بالتالي يمكن قبول المشروع.

ب- حالة التدفقات النقدية غير المتساوية:

في كثير من الأحيان نجد أن التدفقات النقدية الداخلة للمشروع تكون مختلفة و متباينة من سنة لأخرى، و في هذه الحالة تحسب فترة الاسترداد بالعلاقة التالية:

$$\text{فترة الاسترداد} = \frac{\text{التدفقات النقدية الاستثمارية}}{\text{الوسط الحسابي للتدفقات النقدية الجارية الصافية}}$$

$$\text{حيث أن الوسط الحسابي للتدفقات النقدية الجارية الصافية} = \frac{\text{مجموع ت ن س ج ص}}{\text{عمر المشروع}}$$

مثال:

مشروع استثماري قدرت تكاليفه الاستثمارية ب 40000دج، و كانت تدفقاته النقدية لمدة 5 سنوات على النحو التالي:

السنوات	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية	10000	12000	8000	11000	14000

- فما هي فترة الاسترداد؟

الحل:

$$\text{فترة الإسترداد} = \frac{\text{التدفقات النقدية الإستثمارية}}{\text{الوسط الحسابي للتدفقات النقدية الجارية الصافية}}$$

$$\text{فترة الإسترداد} = \frac{40000}{5/(14000+11000+8000+12000+10000)}$$

فترة الإسترداد= 3,63 سنة.....أي أن فترة الاسترداد هي 3 سنوات و 7 أشهر و 17 يوم.

3) مزايا و عيوب معيار فترة الإسترداد:

من مزايا هذا المعيار ما يلي:

- السهولة و البساطة في الفهم و التطبيق.
- هذا المعيار مهم جدا بالنسبة للمشروعات التي تتميز بالتطور التكنولوجي و التقدم الفني، و التي تحتاج إلى إحلال سريع، لذا نجدها تهتم بفترة الإسترداد و التي تفضل أن تكون قصيرة ، كما يصلح للمشاريع التي تخضع لعوامل التقلب السريعة و عدم التأكد.
- هذا المعيار مهم جدا بالنسبة للمنشآت التي تتعرض للتغيرات الموسمية، و عليه تكون مهتمة باسترجاع الأموال المستثمرة خلال فترة نموذجية، كما أنه مهم جدا بالنسبة للمنشآت التي تعاني من مشكلة السيولة، فتسعى لاسترداد الأموال المستثمرة، و بغية إعادة استثمارها في مجالات أخرى.

لكن رغم المزايا التي يتسم بها هذا المعيار،إلا انه تشوبه عدة مساوئ، نذكر أبرزها:

- إن هذا المعيار لا يأخذ بعين الإعتبار الآثار التي تترتب على تشغيل المشروع خلال عمره كاملا، بل يأخذ في الحسبان فقط السنوات الأولى التي تسترد خلالها التدفقات النقدية الإستثمارية، و يهمل النتائج التي يؤدي غليها المشروع بعد ذلك، و هذا معارض تماما لأهداف المشروع المتمثلة في تحقيق الربحية من الإستثمار.

مثال:

فلو افترضنا أن هنالك مشروعين، و أنه توفرت لدينا المعلومات التالية:

السنوات	1	2	3	4	5	التكلفة الإستثمارية
المشروع أ	30000	40000	30000	-	-	100000
المشروع ب	20000	30000	25000	25000	30000	100000

فإذا افترضنا أن عمر المشروع الأول هو 3 سنوات و الثاني 5 سنوات، فإن:

$$\text{فترة استرداد المشروع أ} = \frac{100000}{3/(30000 + 40000 + 30000)} = 3 \text{ سنوات}$$

3/(30000 +40000 +30000)

فترة استرداد المشروع ب = =3,84 سنة

يتبين لنا استنادا إلى معيار فترة الإسترداد أن المشروع الأول هو الأفضل، لأنه يسترد رأسماله في فترة قدرها 3 سنوات، بينما المشروع ب فيسترد رأسماله في فترة قدرها 3 سنوات و 10 أشهر و 24 يوم.

لكن من الناحية الربحية نجد أن المشروع الثاني هو الأفضل لأنه يسترد أمواله في فترة 3 سنوات و 10 أشهر و 24 يوم من أصل 5 سنوات التي تمثل عمره الإنتاجي، و هو يتحصل على الربح خلال الفترة الممتدة من فترة الإسترداد إلى آخر عمره (الفترة الباقية)، عكس المشروع الأول الذي تتساوى فيه فترة استرداده مع عمره الإنتاجي.

و عليه فإن : معيار فترة الإسترداد يهمل ما يحدث للمشروع بعد انقضاء فترة الاسترداد.

- من عيوب هذا المعيار أيضا أنه يهمل القيمة الزمنية للنقود، أي اختلاف قيمة المبلغ النقدي نفسه باختلاف الزمن الذي يتحقق فيه، فقيمة النقود تختلف من سنة لأخرى، و ذلك لتعرضها لعدة تأثيرات أهمها التضخم.

مثال:

فلو افترضنا وجود مشروعين مثلا تتساوى التكاليف الإستثمارية لكل منهما، و المقدرة ب: 400000دج، ولهما نفس العمر الإنتاجي المقدر ب 4 سنوات، كما تتساوى مجموع التدفقات النقدية لكل منهما، و لكن يختلفان في التوقيت الزمني لهذه التدفقات و ذلك كما هو موضح في الجدول التالي:

السنوات	1	2	3	4	التكاليف الإستثمارية
المشروع أ	200000	100000	100000	100000	400000
المشروع ب	100000	100000	200000	100000	400000

من خلال الجدول يتبين لنا أن كلا من المشروعين يستردا أموالهما في السنة الثالثة, أي أن فترة الإسترداد لكلا المشروعين تساوي 3 سنوات.

لكن من الواضح أن المشروع الأول أفضل من المشروع الثاني، إذا ما أخذنا بعين الإعتبار مواعيد التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية، و بالتالي القيمة الزمنية للنقود.

فالمشروع الأول يتميز بسرعة استرداد القسم الأكبر من تكاليفه الإستثمارية، حيث استطاع استرداد 75% من رأس ماله في السنة الثانية، بينما المشروع ب لم يسترد سوى 50% من رأس ماله في نفس السنة.

و بالتالي فإن أهم عيب لهذا المعيار هو إهماله لجزء من عمر المشروع من جهة و للقيمة الزمنية للنقود من جهة ثانية، و هذين العيبان يتضاءل تأثيرهما في حالة المقارنة بين مشاريع تتصف ب:

- ✓ تقارب أعمارهما.
- ✓ تشابه التوزيع الزمني للتدفقات النقدية الإستثمارية و التدفقات النقدية السنوية الجارية الصافية لكل منهما.

خامسا: معيار معدل العائد المحاسبي:

مفهوم معدل العائد المحاسبي:

يطلق على هذا المعيار أيضا تسمية المعدل المتوسط للعائد، و يعرف بأنه عبارة عن النسبة بين متوسط العائد السنوي الصافي (متوسط الربح السنوي الصافي) إلى التكاليف الإستثمارية.

طريقة حساب معدل العائد المحاسبي:

يحسب معدل العائد المحاسبي وفقا للعلاقة التالية:

$$\text{معدل العائد المحاسبي} = \frac{\text{متوسط العائد السنوي الصافي}}{\text{تكاليف الاستثمار}} \times 100$$

مثال:

مشروع استثماري قُدرت تكلفته الإستثمارية ب 240000دج، و كانت تدفقاته النقدية على مدى 5 سنوات، و فقا للجدول الموالي:

السنوات	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية	60000	95000	135000	150000	100000

- ما هو معدل العائد المحاسبي؟
- إذا كان معدل العائد الأمثل يساوي 30%، فهل يقبل المشروع أم يرفض؟

الحل:

$$\text{معدل العائد المحاسبي} = \frac{\text{متوسط العائد السنوي الصافي(متوسط التدفقات النقدية)}}{\text{تكاليف الاستثمار}} \times 100$$

$$100\times \frac{5/(100000+150000+135000+95000+60000)}{240000} =$$

$$= 45\%.$$

و لدينا معدل العائد الأمثل هو 30%، و معدل العائد المحاسبي يساوي الى 45%، و بالتالي فإن المشروع مقبول.

ملاحظة:

بصفة عامة يمكن أن نميز ثلاث حالات في معدل العائد المحاسبي:

- ✓ إذا كان معدل العائد المحاسبي أصغر من المعدل الأمثل، فإن المشروع مرفوض.
- ✓ إذا كان معدل العائد المحاسبي أكبر من المعدل الأمثل، فإن المشروع مقبول.
- ✓ إذا كان معدل العائد المحاسبي مساو للمعدل الأمثل ، فإن المشروع مقبول.

و إذا كان هنالك قيمة متبقية للإستثمار، فإن معدل العائد المحاسبي يحسب بالطريقة التالية:

$$\text{معدل العائد المحاسبي} = \frac{\text{متوسط التدفقات النقدية الصافية}}{\text{(التكلفة الإستثمارية – القيمة المتبقية)/ 2}} \times 100$$

1- مزايا و عيوب معيار العائد المحاسبي:

أ- **المزايا**: و يمكن تلخيصها فيمايلي:

- ✓ سهولة هذا المعيار في الفهم و التطبيق.
- ✓ يحدد قيمة العائد المتوقع تحقيقه من المشروع.
- ✓ يأخذ بعين الإعتبار القيمة المتبقية من المشروع.

ب- **العيوب**: و يمكن إجمالها في النقاط الأساسية التالية:

تجاهل القيمة الزمنية للنقود، فهذا المعيار لا يميز بين التدفقات النقدية سواء أكانت قد تحققت في السنة الأولى أو الثانية أو الأخيرة من عمر المشروع، أي أنه يعطي أوزان متساوية لتلك التدفقات بغض النظر عن مواعيد تدفقها، و هو ما يمنع المستثمرين من إعادة إستثمار العائد المحقق من المشروع في عمليات إستثمارية أخرى.

التطبيق رقم 04 و 05

سلسلة تمارين الفصل السادس: معايير اختيار الاستثمارات

تمرين 01

ليكن لديك الاستثمارات التالية A B C حيث أن كلفة شراء كل استثمار على التوالي:

A= 50000 ، B = 51500 ، C = 40000 تسدد فورا.

وعمرهم الإنتاجي قدر ب 4 سنوات، أما الإيرادات المنتظرة في نهاية كل سنة استثمار فهي كما مبينة في الجدول التالي:

السنوات	السنة 1	السنة 2	السنة 3	السنة 4
A	20000	20000	20000	20000
B	20000	20000	14000	10000
C	5000	12000	24000	20000

المطلوب: ترتيب هذه الاستثمارات التي تكون بها المردودية اكبر حسب معيار القيمة الحالية علما أن t= 10 % .

نتائج التمرين 01

VAN_A = 13397.3

VAN_b = 559.28

VAN_c = 6154.63

أفضل مشروع هو A ثم C ثم B

تمرين 02

تريد شركة صناعية توسيع مصنعها ولها الاختيار بين مشروعين:

المشروع الأول: نفقات التجهيزات غير مجددة بلغت 600000 دج وتدفع فورا ابتداء من السنة الأولى، وهذه النفقات تسمح للمؤسسة بالحصول على ربح سنوي قدره 120000 دج، وهذا لمدة 10 سنوات.

المشروع الثاني: نفقات التجهيزات بلغت 300000 دج وتدفع فورا ابتداء من السنة الأولى، وهذه النفقات تسمح للمؤسسة بالحصول على ربح سنوي قدره 100000 دج، وهذا لمدة 5 سنوات.

المطلوب: اختر المشروع الذي يحقق أكثر مردودية علما أن المشروع الثاني يمكن تجديده لفترة أخرى ومعدل القيمة الحالية المستعمل في السوق هو 8% سنويا.

نتائج التمرين 02

VAN_1 = 205209.72

VAN_2 = 166833.2

تمرين 03

إحدى الشركات تقوم بتقييم مشروع استثماري معين، يتطلب تدفقات نقدية خارجة حالية قدرها 100000 دج وتم تقدير التدفقات النقدية الداخلة المتولدة من المشروع سنويا خلال فترة حياته المقدرة ب 6 سنوات بمبلغ 40000 دج سنويا، وقد حددت الشركة معدل العائد المطلوب ب 16 % .

المطلوب: 1- ما هو قرار الاستثمار إذا طبقت الشركة معيار صافي القيمة الحالية؟

2- ما هو قرار الاستثمار إذا طبقت الشركة معيار معدل العائد الداخلي؟

نتائج التمرين 03

VAN = 47389.43 قبول المشروع لأنها موجبة

TRI = 32.77 قبول المشروع لأنه أكبر من 16 %

تمرين 04

أمام مؤسسة الاختيار بين مشروعين:

المشروع الأول: شراء استثمار مستعمل بمبلغ 300000 دج يسدد فورا مع مصاريف الصيانة ب 15000 دج في بداية السنة الأولى و 10000 دج في نهاية السنة الثانية والرابعة، حيث العمر الإنتاجي قدر ب 5 سنوات، أما الإيرادات المنتظرة في نهاية كل سنة هي 40000 دج ابتداء من السنة الأولى.

المشروع الثاني: شراء استثمار جديد بمبلغ 300000 دج يسدد نصف المبلغ فورا والباقي على شكل 3 أقساط ثابتة تدفع الأولى منها في بداية السنة الثانية والأخيرة في بداية السنة الرابعة، حيث أن عمره 5 سنوات، أما الإيرادات المنتظرة بلغت 40000 دج في نهاية السنوات الثلاثة الأولى، و 58000 دج في نهاية السنة الرابعة، و 70000 دج في نهاية السنة الخامسة (الأخير) مع تحقيق قيمة متبقية ب: 15000 دج.

المطلوب: بماذا تنصح المؤسسة لاختيار المشروع الأفضل وفق معيار القيمة الحالية، علما أن المعدل السنوي 6 % .

نتائج التمرين 04

$VAN_1 = 56673.65$

$VAN_2 = -67271.7$

المشروع الأول أفضل من الثاني

تمرين 05

على مؤسسة أن تختار بين شراء آلتين هما:

الآلة A : اقتناء آلة جديدة تكلفتها 320000 دج تدفع نقدا ويقدر عمرها الإنتاجي ب 6 سنوات في حين أن الإيرادات السنوية المنتظرة بلغت 85000 دج في السنوات الخمسة الأولى و 70000 دج في السنة الأخيرة ، أما القيمة المتبقية فبلغت 15000 دج.

الآلة B : اقتناء آلة مستعملة من أحد التجار بتكلفة 180000دج فورا، ولكي تستعمل لمدة إنتاجية 6 سنوات يستلزم المؤسسة أن تقوم بصيانة سنوية لمدة 3 سنوات متتالية ب 30000 دج لكل سنة ابتداء من نهاية السنة الأولى، أما الإيرادات السنوية المنتظرة قدرت بـ : 75000 دج خلال السنوات الثالثة الأولى و 45000 دج للسنوات الثلاثة الأخيرة، في حين أن القيمة المتبقية معدومة.

المطلوب: أي الآلتين تعود على المؤسسة بمردودية أكبر في ظل معدل القيمة الحالية 10% سنويا.

نتائج التمرين 05

$VAN_A = 50197.15$

$VAN_B = 15986.73$

المشروع A أفضل من B

المحاضرة رقم 06

الفصل السابع: القروض واهتلاكها

يتم استهلاك القروض بطرق مختلفة يتفق عليها بين المتعاقدين، فمنها ما يسدد بتاريخ محدد فيكون القرض محدود الأجل، ومنها ما يسدد على مدار مدة معينة، هي مدة القرض، وبدفعات متتالية آخرها في نهاية المدة المتفق عليها، ويمكن أن نعرض الطرق الآتية التي جرى التعامل بها:

- تسديد القرض مع فوائده دفعة واحدة في نهاية مدة القرض (أي الجملة).
- تسديد الفوائد بصورة دورية وقيمة الأصل (القرض) في نهاية المدة.
- تسديد القرض على أقساط غير متساوية، وفترات غير منتظمة كما هو الحال في استبدال الديون.
- تسديد القرض على أقساط متساوية من أصل قرض فقط، ويضاف إلى كل منها فوائد الأرصدة بصورة دورية، حيث تتألف الدفعة الواحدة من جزأين، جزء من أصل القرض هو القسط المتساوي، وآخر يمثل الفوائد البسيطة على الأرصدة المتناقصة للقرض من دورة إلى أخرى.
- تسديد القرض على أقساط متساوية من أصل القرض والفوائد معا، إذ تكون الدفعات متساوية فيما بينها وكل منها تتألف من جزء من أصل القرض وآخر من الفوائد المترتبة عليه.

أولا: استهلاك القروض بأقساط متساوية

إن القسط الثابت أو الدفعة يعتبر من أهم العناصر الأساسية في استهلاك القروض، هذا القسط يساوي جزء من الأصل يسمى الاستهلاك مضافا إليه جزء من الفائدة.

فلو رمزنا للقسط الثابت بالرمز a والاستهلاك بالرمز M والفائدة بالرمز I فإن:

$$a = M + I$$

كما أن استهلاك القروض بأقساط متساوية يطابق عملية تسديد القروض بدفعات نهاية المدة، إذ في نهاية مدة القرض يكون مجموع الدفعات مساويا لجملة القرض المدفوع، أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات، فإذا كان:

(V_0) هو أصل القرض

(a) هو القسط السنوي

(i) معدل الفائدة

(n) مدة القرض ، فإن:

$$V0 = \mathrm{a}\frac{1-(1+i)^{-n}}{\mathrm{i}}$$

$$\mathrm{a} = V0\frac{\mathrm{i}}{1-(1+i)^{-n}}$$

- **جدول استهلاك القرض:**

يساعدنا جدول استهلاك القرض في متابعة تطور القرض واستهلاكه، ومنه تستخرج عناصر تفيد في مراقبة تسيير القروض، مثل تحديد رصيد الدين في المؤسسة وتحديد قيمة الفوائد عبر السنوات، وكيفية إعداد هذا الجدول يمكن شرحها في المثال التالي:

مثال:

تحصلت مؤسسة على قرض بقيمة 50000 دج يسدد على 3 أقساط متساوية بمعدل فائدة مركبة 4 % سنويا، والمطلوب إعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

المدة	الأصل في بداية كل فترة V_i	الفائدة المستحقة في آخر كل فترة I_i	القسط السنوي a	الاستهلاك m_i	الباقي من الأصل في آخر الفترة V_i
1	50000	2000	18017.43	16017.43	33982.57
2	33982.57	1359.3	18017.43	16658.13	17324.44
3	17324.44	692.98	18017.43	17324.44	0

حيث:

الفائدة المستحقة في آخر كل الفترة = الأصل في بداية كل فترة × معدل الفائدة.

$$\mathrm{a} = 50000\frac{0.04}{1-(1+0.04)^{-3}}$$

$$\mathrm{A} = 18017.43$$

الاستهلاك = القسط السنوي – الفائدة السنوية

الباقي من الأصل في آخر الفترة = الأصل في بداية كل فترة – الاستهلاك السنوي

$$16017.43-50000 = 33982.57$$

الباقي من الأصل في آخر الفترة هو الأصل في بداية الفترة الموالية.

العلاقة بين عناصر الجدول:

- أصل القرض = القيمة الحالية للدفعات

$$V0 = \mathrm{a}\frac{1-(1+i)^{-n}}{\mathrm{i}}$$

- جملة الدفعات = جملة القرض (حسب المدة التي حسبت بها الدفعات)
- مجموع الدفعات = الأصل + الفوائد
- الاستهلاكات تشكل متتالية هندسية حدها الأول (m_1) وأساسها ($1+i$) وعدد حدودها (n) :

$$m_n = m_1\,(1+i)^{n-1}$$

$$m_x = m_k\,(1+i)^{x-k}$$

مجموع الاستهلاكات = أصل القرض

$$V0 = \mathrm{m1}\frac{(1+i)^{-n}-1}{\mathrm{i}}$$

الفرق بين استهلاكين متتاليين:

$$m_{x+1} - m_x = I_x - I_{x+1}$$

الفرق بين فائدتين متتاليين:

$$I_x - I_{x+1} = m_{x-k} \times i\,(1+i)^k$$

القسط الأخير = الاستهلاك الأخير + الفائدة

= الاستهلاك الأخير + (رصيد أول الفترة × معدل الفائدة)

$$i \times m_n + = a$$

$$a = m_n\ (1+i)$$

$$m_n = a\,(1+i)^{-1}$$

مجموع الاستهلاكات الأولى من السنة الأولى حتى السنة k :

$$Vk = \mathrm{M1}\,[\frac{(1+i)^K - 1}{\mathrm{i}}]$$

أو:

$$\sum_{i=0}^{n} \mathrm{m}i = V0\,[\frac{(1+i)^K - 1}{(1+i)^n - 1}]$$

الدين المتبقي في نهاية السنة R:

$$Vnr = M_{R+1}\frac{(1+i)^{(n-R)} - 1}{\mathrm{i}}$$

أو:

$$Vnr = \mathrm{a}\,[\frac{1-(1+i)^{-(n-R)}}{\mathrm{i}}]$$

مثال:

بتاريخ 2010/01/01 اقترضت مؤسسة مبلغا يسدد على 6 أقساط ثابتة، يسدد الأول منها بتاريخ 2010/12/31، إذا علمت أن مجموع الاستهلاكين الثاني والثالث يقدر بـ: 27720 دج، في حين مجموع الاستهلاكين الأول والثاني يساوي 25200 دج.

المطلوب: أحسب ما يلي:

1- معدل القرض.

2- الاستهلاك الأول.

3- مبلغ القسط.

4- الاستهلاك الأخير.

5- قيمة القرض.

الحل:

$m_2 + m_3 = 27720 \Rightarrow m_1(1+i) + m_1(1+i)^2 = 27720 \Rightarrow m_1(1+i)(1+1+i) = 27720$

$m_1 + m_2 = 25200 \Rightarrow m_1 + m_1(1+i) = 25200 \Rightarrow m_1(1+1+i) = 25200$

$$\frac{m_1(1+i)(2+i)}{m_1(2+i)} = \frac{27720}{25200} \Rightarrow 1+\mathrm{i} = 1.1 \Rightarrow \mathrm{t} = 10\,\%$$

$$\mathrm{m}_1\ (2+0.1) = 25200 \Rightarrow \mathrm{m}_1 = 12000$$

$$\mathrm{V0} = m_1 \frac{(1.1)^6 - 1}{0.1} = 92587.32$$

$$\mathrm{a} = m_1 \frac{V_0.\mathrm{i}}{1-(1.1)^{-6}} = 21258.73$$

$$\mathrm{m}_6 = \mathrm{m}_1(1.1)^5 = 19326.12$$

$$Vnr = \mathrm{a}\frac{1-(1.1)^{-4}}{0.1} = 67387.32$$

$$Vnr = m_3 \frac{(1.1)^4 - 1}{0.1} = 67387.32$$

ثانيا: استهلاك القروض باستهلاكات متساوية

إذا كانت الدفعة الثابتة في طريقة الأقساط المتساوية هي العنصر الأساسي في جدول استهلاك القروض، فإن العنصر المهم في هذه الطريقة هو الاستهلاك الثابت والذي يحدد مباشرة بقسمة قيمة أصل القرض على عدد الدفعات الموافق لعدد الدورات المتساوية، أي:

$$M = \frac{V_0}{\mathrm{n}}$$

أما الأقساط فتكون غير متساوية ومتناقصة من فترة لأخرى.

جدول استهلاك القرض:

يساعد هذا الجدول في متابعة تطور القرض واستهلاكه كما في استهلاك القروض بأقساط ثابتة، وطريقة إعداد الجدول يمكن توضيحها في المثال التالي:

مثال:

اقترضت مؤسسة مبلغ 25000 دج على أن تسدده باستهلاكات متساوية لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 8 % .

المطلوب: إعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

قيمة الاستهلاك الواحد = 5/25000 = 5000 دج.

السنوات	رصيد بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	القسط	رصيد نهاية المدة
1	25000	2000	5000	7000	20000
2	20000	1600	5000	6600	15000
3	15000	1200	5000	6200	10000
4	10000	800	5000	5800	5000
5	5000	400	5000	5400	0
المجموع		**6000**	**25000**	**31000**	

العلاقة بين عناصر الجدول:

$$a_{n+1} = a_n - \frac{V_0}{\mathrm{n}} \times \mathrm{i}$$

مجموع الأقساط:

$$\sum_{s=1}^{n} a_s = n\,(\frac{a_1 + a_2}{2})$$

الفوائد:

$$I_x = V_0.\mathrm{i} - \frac{(x-1)\,V_0.\mathrm{i}}{\mathrm{n}}$$

$$a_x - a_{x+1} = I_x - I_{x+1} = \frac{V_0.\mathrm{i}}{\mathrm{n}}$$

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = (\frac{\mathrm{n}+1}{2})\,V_0.\mathrm{i}$$

التطبيق رقم 06

سلسلة الفصل السابع: القروض واهتلاكها

تمرين01:

اقترضت مؤسسة مبلغ بتاريخ 2005/7/1، ويتم تسديده في 14 سنة بأقساط ثابتة، قيمة كل منها 5547 دج، يسدد القرض الأول بعد سنة من تاريخ القرض، والاستهلاك الأول بلغ 2297 دج،

المطلوب: أحسب بالترتيب ما يلي:

1- معدل الفائدة ، 2- أصل القرض، 3- الرصيد بعد دفع القسط السابع.

نتائج التمرين 01

I = 6.5 %

V_0 = 50000

V_7 = 30423.12

تمرين 02 :

أعطيت لك المعلومات التالية لإستهلاك قرض عادي يسدد بواسطة 5 دفعات ثابتة:

1- فائدة السنة الثانية: 8362 دج.

2- فائدة السنة الثالثة : 6560.2 دج.

3- الاستهلاك الثاني: 18017.7 دج.

احسب معدل القرض و أصل القرض.

نتائج التمرين 02

I = 10 %

V_0 = 100000

تمرين 03 :

من جدول استهلاك لقرض عادي يسدد عن طريق 5 أقساط ثابتة سنوية تبين ما يلي:

معدل الفائدة 8 % ، مجموع الاستهلاكين الأخيرين 44663 دج.

المطلوب: قدم السطر الرابع من جدول الاستهلاكات.

نتائج التمرين 03					
المدة	رصيد بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رصيد آخر المدة
4	44663	3573.04	21472.6	25045.64	23190.4

تمرين 04 :

لتمويل استثمار هناك اتفاق على قرض مع أحد البنوك على أن يسدد ب 10 دفعات ثابتة ، حيث أن القسط الأول يدفع سنة بعد الاتفاق أي في نهاية سنة 1984، وأن المبلغ المسدد في نهاية سنة 1988 هو: 48650 دج علما أن معدل الفائدة هو 6 % سنويا.

المطلوب: أحسب كل من:

1- الاستهلاك الأول.

2- مبلغ القرض.

3- القسط الثابت.

نتائج التمرين 04

m_1 = 38535.35

V_0 = 507926.74

a= 69010.95

المراجع المعتمدة

1- باديس بوغردة، مدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها، دار الهدى، أم البواقي، الجزائر، 2012.

2- بوالعيد بعلوج، مدخل إلى الرياضيات المالية، جامعة منتوري قسنطينة، الجزائر ، 2003.

3- صباح شنايت، الرياضيات المالية، دار خليف، الجزائر، 2009.

4- عبد السميع روينة، دروس في الرياضيات المالية، مطبوعة موجهة لطلبة LMD بمختلف المسارات، جامعة محمد خيضر بسكرة، الجزائر 2011/2010.

5- قلاب ذبيح إلياس، الرياضيات المالية، دار الهدى، أم البواقي، الجزائر، 1999.

6- كعواش جمال الدين، محاضرات في الرياضيات المالية، مطبوعة موجهة لطلبة سنة ثانية علوم اقتصادية تسيير وعلوم تجارية، جامعة محمد الصديق بن يحي جيجل، 2018/2017.

7- م يحي وآخرون، الرياضيات المالية، دار الشريفة، الجزائر، 1998.

8- ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1999.